بررسی نظریه آشوب در قیمت سکه تمام بهار آزادی در ایران

سیده زهرا شاکری[1]
کارشناس ارشد اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد
مسعود همایونی‌فر[2]
دانشیار گروه اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد
محمدعلی فلاحی[3]
استاد گروه اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد
سعید شعرباف تبریزی[4]
دانشیار گروه برق، دانشگاه امام رضا

تاریخ دریافت : 1392/2/25 تاریخ پذیرش : 1393/4/30

چکیده

در تحلیل سری‌های زمانی اقتصادی، اغلب مشاهدات آماری، ظاهری تصادفی دارند؛ درحالی‌که بررسی دقیق‌تر این داده‌ها ممکن است سیستم معین و پیچیده‌ای را نشان دهد که دارای تابع جریان معین با یک رابطه ریاضی مشخص باشد. در مقاله حاضر، سری زمانی روزانه قیمت سکه تمام بهار آزادی در ایران طی دوره زمانی 1385/8/10 تا 1392/11/9 در نظر گرفته شده است. هدف، بررسی نظریه آشوب در قیمت سکه تمام بهار آزادی و قابلیت پیش‌بینی آن است. برای وجود روند معین یا تصادفی بودن سری زمانی از آزمون BDS، در سه مرحله استفاده شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که سری زمانی قیمت سکه، قابل پیش‌بینی است و فرض عدم وجود توابع غیرخطی در پسماند الگوهای ARIMA و GARCH با استفاده از آزمون مذکور رد می‌شود. همچنین برای بررسی روند آشوبی در این سری زمانی، از آزمون حداکثر نمای لیاپانوف استفاده شده است که نتیجه این آزمون نشان می‌دهد داده‌ها دارای روند آشوبی می‌باشند؛ ازاین‌رو

1- zahrashakeri@ymail.com

2 - نویسنده مسئول: homayounifar@um.ac.ir

3- falahi@um.ac.ir

4- shaerbaf@yahoo.com

امکان وجود توابع غیرخطی در سری زمانی قیمت سکه پذیرفته شده و قابلیت پیش‌بینی قیمت آن تأیید می‌شود.

کلیدواژه‌ها: نظریه آشوب، پیش‌بینی‌پذیری، آزمون BDS، آزمون حداکثر نمای لیاپانوف.
طبقه‌بندی JEL: C59, C99.

1-مقدمه

پس‌اندازها نقش مهمی در رشد و توسعهٔ کشورها دارند. در بازارهای سرمایه، پس‌انداز افراد، تبدیل به سرمایه شده و از این طریق وارد چرخه تولید می‌شود و به رشد و توسعه کشورها کمک می‌کند. لازمه تبدیل شدن این پس‌اندازها به سرمایه، وجود بازارهای مالی کارآ است تا افراد با اطمینان، پس‌اندازهای خود را وارد این بازار نمایند؛ به‌عبارت‌دیگر، افراد در صورت فعال و کارآ بودن بازار سرمایه، دارایی‌های خود را به‌صورت دارایی‌های مالی در مؤسسات مالی (مانند بانک‌ها، بازار سهام، صندوق‌های مالی پس‌انداز و وام، شرکت‌های بیمه و صندوق‌های بازنشستگی) نگهداری می‌کنند؛ اما در صورت ناکارآ بودن بازار سرمایه به دلیل عواملی همچون تورم، جنگ، تنش‌های سیاسی و غیره، افراد به سمت دارایی‌های واقعی (غیر مولد) متمایل می‌شوند؛ زیرا ارزش پول آن‌ها کاهش می‌یابد. یکی از دارایی‌های واقعی، طلا می‌باشد که فلزی گرانبها، زینتی و فناناپذیر و قابل قبول برای همه افراد و کشورها با قدرت نقدشوندگی بالا و جایگزین مناسب برای پول محسوب می‌شود.

اگرچه پس از فروپاشی نظام پولی دلار و طلا در زمان ریاست جمهوری ریچارد نیکسون 1969-1974 در آمریکا، طلا دیگر به‌عنوان پشتوانه پولی نیست، اما جایگاه خود را به‌عنوان یک دارایی، در میان سایر دارایی‌ها حفظ نموده و مانند سایر دارایی‌ها با شوک‌های سیاسی و اقتصادی و ... دچار نوسان می‌شود. در ایران نیز این دارایی همواره به‌عنوان پس‌اندازی مطلوب مورد قبول بوده و بازار پررونقی دارد. ازاین‌رو، نوسانات قیمت طلا علاوه بر تأثیرپذیری از بازارهای دیگر، بر بازارها و متغیرهای دیگر اقتصادی تأثیر می‌گذارد. لذا شناخت روند تغییرات قیمت طلا و سکه برای دولت و افراد مقولهٔ مهمی است. پیش‌بینی درست از قیمت طلا می‌تواند سیاست‌گذاران را در اتخاذ تصمیم مناسب یاری نماید؛ همچنین سرمایه‌گذاران نیز می‌توانند ترکیب درست و مناسبی از

دارایی‌ها داشته باشند. از طرفی پیش‌بینی دقیق از متغیرهای واقعی، امری مشکل و پیچیده بوده و در ابتدا نیازمند تشخیص ماهیت ساختاری الگوی پیش‌بینی است. لذا، در این تحقیق، سعی بر آن است جهت تشخیص ماهیت ساختاری این سری زمانی، از نظریه آشوب استفاده شود.

غیرخطی بودن شرط لازم برای تأیید فرآیند آشوبی می‌باشد. به این منظور در ابتدا از آزمون BDS[1] برای تعیین روند خطی یا غیرخطی و تصادفی استفاده شده و سپس، آزمون حداکثر نمای لیاپانوف جهت تشخیص روند آشوبی بکار گرفته شده است. داده‌ها مربوط به قیمت روزانه سکه تمام بهار آزادی در ایران طی دوره زمانی 1385/8/10 تا 1392/11/09 (بدون احتساب روزهای تعطیل) می‌باشد.

2- نظریه آشوب و مطالعات انجام شده

نظریه آشوب در دهه‌های اخیر، جزء پژوهش‌های علمی رشته‌های گوناگون قرارگرفته است. بیش از دو دهه، مطالعات عمیق روی مدل‌های پویای غیرخطی نشان می‌دهد که آشوب، به شکلی وسیع و گسترده، در مهندسی و سیستم‌های طبیعی اتفاق می‌افتد. در گذشته آشوب به شکل نوفه[2] (اختلال) به آن نگاه می‌شد و فقط به‌عنوان رفتار بی‌قاعده و غیرقابل‌پیش‌بینی مورد توجه قرار می‌گرفت و اغلب، به آثار خارجی تصادفی نسبت داده می‌شد (Kapitanyak, 2005:3).

مفهوم ساده آشوب، ریشه در برداشت‌های اولیه انسان در مورد جهان دارد. کلمه یونانی Chaos که به آشوب و هرج‌ومرج یا بی‌نظمی ترجمه شده است، تلقی یونانیان باستان را، نسبت به هستی می‌رساند. طبق این دیدگاه، هرچند که امور جهان بی‌نظم، تصادفی و درنتیجه غیرقابل‌پیش‌بینی به نظر می‌رسند؛ درعین‌حال از یک نظم و قطعیت برخوردار است (Moshiri, 2002). نظریه آشوب، بخشی از سیستم‌های پویا محسوب می‌شود. سیستم پویا، شامل مجموعه حالات ممکن، همراه با یک ضابطه می‌باشد، به‌گونه‌ای که حالت حاضر را با حالاتی از دوره‌های گذشته تعیین می‌کند (Alligood & et al., 1996).

1- Brock, Dechert and Scheinkman

2- Noise

این نظریه بیشتر در خصوص وابستگی رفتار یک سیستم پویا به شرایط اولیه و آنتروپی[3] مثبت سیستم می‌باشد؛ اما غیرمستقیم می‌تواند جهت بررسی غیرخطی بودن و استخراج نقاط ثابت[4] استفاده شود (Abbasi Nejad & et al., 2004)).

تحلیل سیستم‌های آشوبی، اغلب با محاسبه بعد همبستگی شروع می‌شود (Kocenda, 2003). این محاسبات به دنبال پیدا کردن شواهدی سازگار با آشوب هستند؛ به عبارتی می‌توان آن‌ها را آزمون‌هایی برای تأیید شاخص غیرخطی بودن الگو پنداشت، زیرا غیرخطی بودن تنها یک شرط لازم و یک شاخصی برای فرآیند آشوبی است (Small & Tse, 2003; Kunchu, 1997).

سیستم‌هایی که به کمک نظریه آشوب تحلیل می‌شوند، دارای روابط غیرخطی بوده و سری زمانی آن‌ها، بی‌قاعده است. سری‌های زمانی اقتصادی به‌ظاهر از یک فرآیند تصادفی پیروی می‌کنند و قابل پیش‌بینی به نظر نمی‌رسند، درحالی‌که این سری‌ها، تصادفی نبوده و در کوتاه‌مدت قابل پیش‌بینی خواهند بود.

آزمون‌های متفاوتی برای وجود آشوب در سری‌های زمانی وجود دارد که ازجمله این آزمون‌ها بعد همبستگی، BDS و حداکثر نمای لیاپانوف است. با توجه به این‌که از ورود این نظریه به حیطه علم اقتصاد زمان چندانی نمی‌گذرد اما سریعاً جایگاه خود را در این علم پیدا نموده و تحقیقات ارزشمندی درباره این نظریه انجام شده است. در بیان تحقیقات پیشین، می‌توان به مطالعه (Frank & Stengos, 1988) اشاره نمود، که ساختار غیرخطی در نرخ بازده طلا و نقره را ثابت کردند. (Small & Tse, 2003) آزمون BDS را بر روی سه شاخص بکار بردند که یکی از این شاخص‌ها، طلا در لندن بود. (Bask,1997) نیز جهت بررسی آشوب معین در نرخ ارز رسمی از آزمون حداکثر نمای لیاپانوف استفاده نمود. آماره این آزمون مقداری مثبت به دست آمده که تأییدی بر آشوبی بودن آن سری زمانی می‌باشد. این آزمون‌ها، برای تشخیص روند ساختار سری زمانی دیگر در بازارهای مالی نیز به کار گرفته شده است که در بین این تحقیقات می‌توان به مواردی مانند (Hsieh, 1991) ، (Fernandes & Preument, 2002)، (Kocenda, 2003)، (Vosvrda & Zikes, 2004)، (Adrien, 2008)، (Bonache & Moris, 2001)، (Ramasamy

---

3- Entropy

4- Fixed points

(Moshiri & Forutan, ،(Salami, 2002 &و در تحقیقات داخلی مانند (Mohd Hemi, 2011 2004) اشاره نمود که با استفاده از این آزمون‌ها، به بررسی مناسب بودن الگو برآوردی یا قابلیت پیش‌بینی سری زمانی و آشوبی بودن آن پرداخته‌اند.

3-آزمون‌های آشوب

3-1- آزمون BDS

فرآیندهای غیرخطی در مورد داده‌های اقتصادی، شامل دو دیدگاه می‌شود. دیدگاه اول، روش معین است، که در آن رفتار مشاهدات، دارای روند ظاهراً تصادفی در ناحیه آشوبناک می‌باشند. دیدگاه دوم، روش تصادفی است که در آن فرآیند داده‌ها، دارای ساختار خطی یا غیرخطی می‌باشند اما در معرض شوک‌های تصادفی مثبت و منفی هستند (Asseery, 2005).

در دیدگاه اول، (Brokk & et al., 1996) ، یک خانواده از آزمون‌های آماری (آزمون BDS) ، بر پایه بعد همبستگی معرفی نمودند. این آزمون در ابتدا برای تشخیص استقلال در یک سری زمانی طراحی شد، اما اغلب روی پسماندهای یک الگو جهت تشخیص خوبی برازش آن الگو انجام می‌شود و در مواردی نیز به‌عنوان آزمونی برای آشوب معین استفاده می‌شود (Belaire & Contreras, 2002).

(Kim & et al., 2003) توان آزمون BDS و برخی آزمون‌های غیرپارامتری دیگر را مقایسه کرده و برای آنالیز باقیمانده‌های مدل‌های برازشی سری زمانی بکار بردند و نتایج تحلیل آن‌ها نشان داد که آزمون BDS نسبت به دیگر آزمون‌ها کارآتر بود.

آزمون BDS، از مفهوم همبستگی فضایی در نظریه آشوب استفاده می‌کند. اگر فرض شود $X_t(t = 1, \dots, T)$ یک الگوی اقتصادی معین m بعدی و T تعداد مشاهدات باشد، آنگاه آزمون غیرخطی برای شناسایی سیستم پویا انجام می‌شود. با توجه به نظریه (Taken, 1981)، همه اطلاعات یک الگوی چند متغیره، با یک سری زمانی تک متغیره محاط می‌شود.

فضای m-بعدی این‌گونه تعریف می‌شود:

$$1 - \text{hisory}: \quad X_t^1$$
$$2 - \text{hisory}: \quad X_t^2 = (X_{t-1}, X_t)$$

$$m - \text{hisory}: \quad X_t^m = (X_{t-m+1}, \dots, X_t) \qquad (1)$$

m-history، بیانگر یک نقطه در فضای m-بعدی می‌باشد که "بعد محاط" نامیده می‌شود (Khilji, 1994; Hsieh, 1991). با تعیین بعد محاط m، بردارها به‌صورت زیر می‌باشد (Kunchu, 1997).

$$X_1^m = (X_1, X_2, \dots, X_m)$$
$$X_2^m = (X_2, X_3, \dots, X_{m+1})$$

$$X_{T-m}^m = (X_{T-m}, X_{T-m+1}, \dots, X_{T-1}) \quad (2)$$

اگر X یک بردار m بعدی، به شکل زیر باشد:

$$X_t^m = (X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+m-1}) \quad (3)$$

انتگرال همبستگی، همبستگی میان نقاط را اندازه‌گیری می‌کند. درواقع، جفت نقطه (t,s) که در فضای m بعدی به هم نزدیک هستند، در شعاع ε از یکدیگر قرار دارند (Kunchu, 1997). انتگرال همبستگی، برای محاسبه فاصلهٔ (ε) بین دو نقطه، به‌صورت زیر می‌باشد.

$$C_{m,T}(\varepsilon) = (2/T_m^2 - T_m) \sum_t \sum_s I_{t,s;\varepsilon} (\varepsilon - ||X_t^m - X_s^m||) \quad t < s \quad (4)$$

که $T_m = T - m + 1$, $1<t<T$, $1<s<T$ و $\|\ .\ \|$ فاصله اقلیدسی[5] بین X_t^m و X_s^m می‌باشد. $I_{t,s;\varepsilon}$ یک تابع مقیاس[6] می‌باشد که مقادیر 0 و 1 را اختیار می‌کند و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_{t,s;\varepsilon} = \begin{cases} 1 & \text{if } ||X_t^m - X_s^m|| \leqslant \varepsilon \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (5)$$

براک و همکاران نشان دادند که اگر سری زمانی IID و (ε) ثابت باشد، خواهیم داشت:

$$C_{m,T}(\varepsilon) \rightarrow [C_{1,T}(\varepsilon)]^m \quad \text{as} \quad T \rightarrow \infty \quad (6)$$

درواقع، آماره BDS، محاسبه فاصله بین $[C_{1,T}(\varepsilon)]^m$ و $C_{m,T}(\varepsilon)$ می‌باشد که کمیت $\{C_{m,T}(k) - [C_{1,T}(k)]^m\}$ دارای توزیع نرمال مجانبی با میانگین صفر و واریانس $V_{\varepsilon,m}$ می‌باشد (Kunchu, 1997).

5- فاصله اقلیدسی یا فاصله دو بردار، فاصله معمولی دو بردار است که بین دو بردار pn و qn، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

6- Indicator Function

$$V_{\varepsilon,m} = 4\left[K^m + 2\sum_{s=1}^{m-1} K^{m-s}C(\varepsilon)^{2s} + (m-1)^2C(\varepsilon)^{2m} - m^2KC(\varepsilon)^{2m-2}\right] \quad (7)$$

$$K = K_\varepsilon = \frac{6}{T_m(T_m-1)(T_m-2)}\sum_{t<s<N} h_{t,s,T;\varepsilon} \quad (8)$$

$$h_{t,s,T;\varepsilon} = \frac{I_{t,s;\varepsilon}I_{s,T;\varepsilon} + I_{t,T;\varepsilon}I_{T,s;\varepsilon} + I_{s,t;\varepsilon}I_{t,T;\varepsilon}}{3} \quad (9)$$

نهایتاً آماره BDS، به‌صورت آماره نرمال شده زیر تعریف می‌شود:

$$BDS = W^m = \left\{C_{m,T}(k) - \left[C_{1,T}(k)\right]^m\right\} \Big/ V_{\varepsilon,m}/T^{1/2} \quad (10)$$

به این آماره، آمارهٔ وینگ[7] نیز می‌گویند. این آماره دارای توزیع مجانبی نرمال استاندارد می‌باشد که اگر بر روی پسماندهای الگویی انجام شود، می‌تواند فرض تصادفی بودن پسماندها را در مقابل تبعیت آن‌ها از فرآیند غیرخطی رد نماید (Diks, 2002; Asseery, 2005). همچنین این آماره، دارای توزیع تقریبی است و برآوردی از IID جمله اخلال می‌باشد. البته می‌توان این آزمون را بسط داد، یعنی الگوی خطی برازش نمود و آزمون را با فرضیه صفر IID جمله اخلال بر روی پسماندها نیز، انجام داد (Small & Tse, 2003).

آماره BDS، اغلب روی پسماندهایی که استاندارد شده باشد، مؤثر است. به‌طورکلی، نتایج شبیه‌سازی مونت-کارلو[8]، تمایل به رد فرضیه صفر دارد. یک راه‌حل، جهت بررسی این‌که آیا فرآیند برآوردی یا پارامترهای آزمون (مخصوصاً بعد محاط)، تحت تأثیر قرار می‌گیرند یا نه استفاده دوباره و کاهش اندازه نمونه است (Fernandes & Preument, 2002). همچنین مطالعات مونت-کارلو نشان می‌دهند که آماره BDS حساس به انتخاب بعد محاط و فاصله محاط و اندازه نمونه است (Kanzler, 1999).

3-2-آزمون حداکثر نمای لیاپانوف

یکی از مشخصه‌های سیستم‌های پویا، خاصیت "حساسیت نسبت به شرایط اولیه" می‌باشد.

7- Wing

8- Monte Carlo

مهم‌ترین وسیله برای تشخیص وجود حساسیت نسبت به شرایط اولیه در یک سیستم پویا، استفاده از نماهای ویژه‌ی لیاپانوف است. میزان آشوبناکی سیستم و نرخ واگرایی مسیرهای همسایه در فضای فاز[9] را نمای لیاپانوف مشخص می‌کند. درواقع در این روش، میانگین نمایی واگرایی یا همگرایی نقاط نزدیک به هم اما نه با شرایط اولیه یکسان اندازه‌گیری می‌شود؛ یعنی نمای لیاپانوف مثبت، میانگین نمایی واگرایی نقاط نزدیک به هم اما نه با شرایط اولیه یکسان و نمای لیاپانوف منفی، میانگین نمایی همگرایی نقاط نزدیک به هم اما نه با شرایط اولیه یکسان را اندازه‌گیری می‌کنند؛ بنابراین با توجه به ویژگی "حساسیت نسبت به شرایط اولیه"، نمای لیاپانوف مثبت می‌تواند، به‌عنوان تعریفی برای آشوب معین سیستم بیان شود که به‌طور خاص‌تر در تعریف حداکثر نمای لیاپانوف مطرح می‌شود. همچنین این آزمون می‌تواند پایداری یک سیستم پویا را، اندازه‌گیری کند (bask, 1997).

برای محاسبه نمای لیاپانوف سیستم‌هایی که معادله آن‌ها مشخص نیست و تنها سری‌های زمانی آن‌ها در دسترس است، الگوریتم‌های متعددی پیشنهاد شده است که ازجمله آن‌ها می‌توان به(Nychka & et al., 1992)، و (Wolf & et al., 1985) اشاره نمود. نیچکا و همکاران برای محاسبه نمای لیاپانوف، روش ماتریس ژاکوبین را پیشنهاد دادند. در این تحقیق از روش الگوریتم ولف استفاده شده و لذا روش محاسبه با استفاده از این الگوریتم، بیان می‌شود.

ولف برای محاسبه نمای لیاپانوف بیان می‌کند که ابتدا باید ماتریس مربوط به بردارهای m حافظه به‌منظور تجدید ساختار فرآیند تولید متغیر، تشکیل داده شود (Isham, 1993). ماتریس‌ها دارای m سطر و N-m+1 ستون هستند که با استفاده از N داده اسکالر زمانی، تشکیل می‌شود. از میان این ماتریس‌ها تمام جفت‌بردارهایی که در رابطه زیر صدق می‌کنند، مشخص می‌شود:

$$r_0(m; i, j) = \left|\left|X_i - X_j\right|\right| < \varepsilon \qquad (11)$$

که r_0 مسافت بین iامین حالت با نزدیک‌ترین همسایه آن و X_i حالت منبع و X_j نزدیک‌ترین همسایه است (Bask, 1997). درواقع X_j نقطه‌ای می‌باشد که کمترین فاصله را از X_i دارد

9- فضای فاز، چارچوب مورد نیاز برای ترسیم عملکرد سیستم غیرخطی را ارائه می‌دهد، در واقع محدوده جاذبه یک سیستم است.

(Rosenstein & et al., 1993). ε، یک مقدار کوچک مثبت است. محاسبه فوق، باید در طول n مرحله زمانی انجام شود.

$$r_n(m; i, j) = ||X_{i+n} - X_{j+n}|| \quad (12)$$

سپس میزان واگرایی نقاط نزدیک به هم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود. اگر نقاط نزدیک به هم به ازای nهای بزرگ‌تر از صفر، در فضای m بعدی از یکدیگر واگرا شوند (d(m;i,j بزرگ‌تر از یک خواهد بود.

$$d_n(m; i, j) = \frac{r_n}{r_0} = \frac{||X_{i+n} - X_{j+n}||}{||X_i - X_j||} \quad (13)$$

درنهایت نمای لیاپانوف طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود (هنون[10]، 1976).

$$\lambda(m, n) = \frac{1}{N(N - M - 1)} \sum \log d_n(m; i, j) \quad (14)$$

λ مثبت نشان دهنده آن است که نقاط نزدیک در فضای m بعدی، در طول زمان از یکدیگر دور می‌شوند.

الگوریتم ولف، مزیت به‌کارگیری تمام داده‌های موجود را ندارد، زیرا بر روی یک مسیر مشخص تمرکز می‌کند؛ درواقع تنها، نزدیک‌ترین همسایه را دنبال می‌کند و متناوباً آن‌ها را زمانی که از یک محدوده مشخص رشد می‌کند جایگزین می‌کند (Rosenstein & et al., 1993).

4- تحلیل داده‌ها

همان‌گونه که بیان شد جهت بررسی روند غیرخطی داده‌ها، از آزمون BDS و بررسی آشوبی بودن سری زمانی، از آزمون حداکثر نمای لیاپانوف استفاده می‌شود. آزمون BDS، در سه مرحله، بر روی داده‌های اصلی، پسماندهای الگوی ARIMA و پسماندهای الگوی GARCH انجام شده است. برای تشخیص ساختار این سری، تعداد 1670 مشاهده به 8 گروه تقسیم شده که در هر گروه

10- Henon

200 مشاهده، به گروه قبلی و گروه آخری 270 مشاهده اضافه می‌شود[11] تا مشخص شود که آیا اضافه نمودن تعداد مشاهدات، قابلیت پیش‌بینی‌پذیری سیستم افزایش می‌یابد یا خیر. فرضیه صفر این آزمون بیانگر IID بودن داده‌ها و استقلال آن‌ها است. آزمون حداکثر نمای لیاپانوف نیز، بر روی تمامی داده‌ها، بررسی می‌شود، مقدار مثبت این آماره بیانگر وجود روند آشوبی در سیستم می‌باشد. جهت انجام آزمون‌ها از نرم‌افزارهای R و MATLAB استفاده شده است.

جدول 1- نتایج آزمون ریشه واحد لگاریتم سری زمانی قیمت سکه تمام بهار آزادی

تعداد مشاهدات	سطح لگاریتم متغیر			تفاضل مرتبه اول لگاریتم متغیر		
	آماره DF	p-value	نتیجه	آماره DF	p-value	نتیجه
200	1/472	0/963	ناپایا	-10/722	0/01	پایا
400	2/143	0/990	ناپایا	-12/506	0/01	پایا
600	1/725	0/979	ناپایا	-14/972	0/01	پایا
800	2/302	0/990	ناپایا	-17/201	0/01	پایا
1000	3/064	0/990	ناپایا	-19/077	0/01	پایا
1200	3/682	0/990	ناپایا	-16/950	0/01	پایا
1400	3/575	0/990	ناپایا	-13/771	0/01	پایا
1670	1/645	0/976	ناپایا	-10/348	0/01	پایا

منبع: یافته‌های تحقیق

4-1-آزمون BDS:

این آزمون یک روش غیرپارامتری است که برای آزمون همبستگی متوالی و ساختار غیرخطی موجود در یک سری زمانی بر مبنای مجموع همبستگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین آماره BDS از مطالعات انجام یافته بر روی تئوری آشوب و دینامیک غیرخطی نشأت‌گرفته و فقط برای

11- گروه آخر به دلیل اینکه شامل تمامی مشاهدات می‌باشد و تعداد مشاهدات فراتر از بسته 200 تایی می‌باشد به گروه آخر تعداد 270 مشاهده اضافی شده است.

تشخیص آشوب معین مناسب نبوده بلکه می‌تواند به‌عنوان ابزار تشخیص مناسبی در آزمون نکـویی برازش مدل تخمینی نیز بکار رود.

برای این آزمون، ابتدا پایایی داده‌ها بررسی می‌شود تا شکل پایداری از داده‌ها بـه دسـت آیـد. نتایج حاصل از آزمون ریشه واحد در جدول (1) آمده است:

جدول 2- نتایج آزمون BDS استاندارد شده بر روی داده‌های اصلی

ε / ابعاد	m=2	m=3	m=4	m=5	m=2	m=3	m=4	m=5
مشاهدات	**200مشاهده (SE=0/0151)**				**400مشاهده (SE=0/0139)**			
0/5 ε	*0/813	*0/973	*0/797	*0/896	2/684	3/277	3/187	4/318
1 ε	2/087	1/718	*1/461	*1/101	1/956	2/013	1/861	2/146
1/5 ε	3/611	3/157	2/742	2/335	3/981	3/974	3/687	3/491
2 ε	3/192	2/702	2/300	1/959	5/969	5/547	5/038	4/564
مشاهدات	600مشاهده (SE=0/0131)				800مشاهده (SE=0/0123)			
0/5 ε	3/036	3/358	3/084	3/786	3/339	3/945	3/809	5/102
1 ε	2/704	2/780	2/825	3/353	3/467	3/501	3/393	4/074
1/5 ε	4/033	3/882	3/779	3/942	4/310	4/097	3/940	4/361
2 ε	5/075	4/578	4/352	4/314	5/822	5/342	5/102	5/041
مشاهدات	1000مشاهده (SE=0/0118)				1200مشاهده (SE=0/0126)			
0/5 ε	3/798	4/153	3/561	4/506	5/328	5/883	5/720	7/074
1 ε	3/768	3/689	3/291	3/823	5/437	5/661	5/710	6/387
1/5 ε	3/585	3/569	3/367	3/851	5/828	6/309	6/509	6/883
2 ε	5/013	4/742	4/461	4/550	7/192	7/477	7/376	7/208
مشاهدات	1400مشاهده (SE=0/0198)				1670مشاهده (SE=0/079)			
0/5 ε	9/450	10/112	10/354	11/590	12/340	13/036	13/572	13/890
1 ε	9/621	10/388	10/888	11/458	9/083	9/281	10/791	11/502
1/5 ε	11/004	11/503	11/458	11/315	12/855	11/533	11/687	11/340
2 ε	12/055	11/510	11/018	10/662	8/826	7/878	7/286	6/732

توضیح: SE، انحراف استاندارد نمونه می‌باشد. *: در سطح 5 درصد فرضیه صفر رد نمی‌شود.

منبع: یافته‌های تحقیق

نتایج پایایی لگاریتم داده‌ها، با استفاده از آزمون دیکی-فولر، برای هر 8 گروه، مورد بررسی قرارگرفته است. نتایج نشان می‌دهد فرضیه صفر که بیانگر وجود ریشه واحد است، پذیرفته می‌شود و داده‌ها در این حالت، پایا نمی‌باشند. جهت پایا نمودن داده‌ها، تفاضل مرتبه اول انجام شده است. سپس مرحله اول، آزمون BDS بر روی داده‌های اصلی در بعدهای محاط مختلف، انجام می‌شود. به‌منظور انجام این آزمون، باید برای ε مقدار انتخاب شود که این مقدار، با عنوان پهنای باند تفسیر می‌شود. این پهنای باند به‌صورت ضریبی از انحراف استاندارد نمونه مطرح می‌شود که با انتخاب ε در (Hsieh, 1991) نیز مطابقت دارد (Asseery, 2005). نتایج حاصل از این آزمون برای هر 8 گروه در جدول (2) بیان شده است.

فرض صفر بیان‌گر آن است که داده‌ها IID هستند یعنی داده‌ها مستقل و مشابه توزیع شده‌اند، وابستگی در آن‌ها وجود ندارد و تصادفی می‌باشند. نتایج نشان می‌دهد در تمام ابعاد به غیر از گروه اول در مواردی که با * مشخص شده است، فرض صفر رد می‌شود، بنابراین داده‌ها IID نمی‌باشند و بین آن‌ها وابستگی خطی یا غیرخطی وجود دارد. به همین منظور، آزمون بر روی پسماندهای الگوی ARIMA و GARCH نیز انجام داده تا با حذف وابستگی خطی و غیرخطی، مجدداً نتایج بررسی شود. قبل از مرحله دوم آزمون، باید الگوی ARIMA مناسبی را برازش نمود. با برازش الگوی ARIMA، آثار خطی از الگو حذف شده و آزمون بر روی پسماندهای الگو انجام می‌شود. در جدول (3)، نتایج حاصل از الگوی ARIMA نشان داده شده است.

پس از برازش الگو، آزمون ریشه واحد بر پسماندها انجام شده و فرض صفر رد شده و پسماندها ریشه واحد ندارند. سپس آزمون BDS، بر روی پسماندهای الگوها انجام شد؛ نتایج حاصل در ابعاد و εهای مختلف در جدول (4) برای 8 گروه آورده شده است.

فرض صفر در این مرحله آن است که پسماندها IID و از یکدیگر مستقل هستند. فرض یک بیانگر وجود وابستگی در پسماندهای الگو است؛ یعنی با رفع وابستگی‌های خطی، پسماندها هنوز وابستگی دارند. نتایج برای ابعاد مختلف در هر 8 گروه، بیان می‌کند فرض صفر رد شده و پسماندهای الگو IID نمی‌باشند و دارای وابستگی غیرخطی هستند.

جدول 3- نتایج الگو ARIMA برای هر 6 گروه

تعداد مشاهدات	ARIMA	الگو
200	(0,1,1)	$r_t = .0015 - 0.518\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ (0.062) $\sigma'_a = .0134 \quad AIC = -1146.19 \quad R^2 = 21.07$
400	(1,1,0)	$r_t = 0.0014 - 0.249r_{t-1} + \varepsilon_t$ (0.048) $\sigma'_a = .0134 \quad AIC = -2301 \quad R^2 = 6.83$
600	(1,1,0)	$r_t = 0.001 - 0.1554r_{t-1} + \varepsilon_t$ (0.040) $\sigma'_a = .0130 \quad AIC = -3500.12 \quad R^2 = 02.75$
800	(0,1,1)	$r_t = 0.001 - 0.153\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ (0.036) $\sigma'_a = 0.0121 \quad AIC = -4775.15 \quad R^2 = 02.57$
1000	(0,1,1)	$r_t = .001 - 0.149\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ (0.032) $\sigma'_a = .0116 \quad AIC = -6058.47 \quad R^2 = 02.63$
1200	(2,1,0)	$r_t = .0014 - 0.1002r_{t-1} - 0.0697r_{t-2} + \varepsilon_t$ $(0.029) \quad (0.029)$ $\sigma'_a = .0125 \quad AIC = -7103.59 \quad R^2 = 2.28$
1400	(1,1,0)	$r_t = .0015 - .262a_{t-1} + a_t$ 0.026 $\sigma'_a = .0191 \quad aic = -7085.8 \quad R^2 = 7.17\%$
1670	(1,1,0)	$r_t = .0001 - .503a_{t-1} + a_t$ 0.021 $\sigma'_a = .097 \quad aic = -3054.03 \quad R^2 = 25.34\%$

توضیح: تمامی ضرایب در سطح 5 درصد معنی‌دار می‌باشد. آماره درون پرانتز بیانگر آماره انحراف استاندارد می‌باشد.

منبع: یافته‌های تحقیق

مرحله سوم آزمون BDS بر روی پسماندهای الگوی GARCH می‌باشد. جهت برآورد الگو GARCH، ابتدا ناهمسانی واریانس بررسی می‌شود؛ نتایج آزمون وایت بیان می‌کند فرض صفر مبنی بر عدم وجود ناهمسانی واریانس رد شده و ناهمسانی داده‌ها تأیید می‌شود. همچنین وجود آثار ARCH بر روی معادله میانگین بررسی می‌شود؛ فرض صفر در این آزمون‌ها عدم وجود اثر ARCH می‌باشد. نتایج دو آزمون لیونگ-باکس و آزمون LM-ARCH فرض صفر را رد نموده و وجود اثرات ARCH را در 5 گروه اول و اثر GARCH را در 3 گروه بعد، تأیید می‌کنند. نتایج در جدول (5) آمده است.

جدول 4- نتایج آزمون BDS استاندارد شده بر روی پسماندهای الگوی ARIMA

ε / ابعاد	m=2	m=3	m=4	m=5	m=2	m=3	m=4	m=5
مشاهدات	200مشاهده (SE=0/0134)				400مشاهده (SE=0/0135)			
0/5 ε	7/923	7/511	7/940	8/731	6/098	6/490	6/395	7/689
1 ε	6/853	6/283	5/916	5/738	4/606	4/463	4/050	7/689
1/5 ε	5/147	4/396	4/005	3/771	5/301	5/129	4/794	4/715
2 ε	5/496	4/880	4/357	3/911	6/567	6/165	5/750	5/315
مشاهدات	600مشاهده (SE=0/0130)				800مشاهده (SE=0/0122)			
0/5 ε	5/429	5/683	5/164	5/924	6/348	6/956	6/789	8/197
1 ε	4/764	4/587	4/486	4/978	5/823	5/710	5/514	6/143
1/5 ε	5/051	4/736	4/662	4/877	5/587	5/198	5/078	5/489
2 ε	5/678	5/092	4/878	4/851	6/235	5/659	5/414	5/380
مشاهدات	1000مشاهده (SE=0/0116)				1200مشاهده (SE=0/0125)			
0/5 ε	6/827	7/033	6/207	7/138	7/107	7/559	6/967	8/238
1 ε	5/815	5/517	4/890	5/353	6/960	7/039	6/856	7/484
1/5 ε	4/564	4/353	4/130	4/578	6/900	7/026	7/072	7/346
2 ε	5/681	5/229	4/966	5/048	8/011	8/092	8/000	7/785
مشاهدات	1400مشاهده (SE=0/0192)				1670مشاهده (SE=0/0967)			
0/5 ε	12/987	14/044	14/558	16/042	18/111	20/206	19/981	19/592
1 ε	11/995	12/520	13/196	14/209	21/442	21/469	19/971	19/971
1/5 ε	12/684	13/150	13/113	12/983	25/511	23/037	19/874	19/874
2 ε	12/050	12/163	11/548	11/149	25/920	23/287	20/173	20/173

SE: انحراف استاندارد نمونه

منبع: یافته‌های تحقیق

پس از برازش الگو، آزمون BDS، بر روی پسماندهای الگو GARCH انجام شده است؛ نتایج حاصل در ابعاد و εهای مختلف هر 8 گروه، در جدول (6) آمده است.

نتایج فرض صفر مبنی بر این‌که پسماندها IID هستند و وابستگی در آن‌ها وجود ندارد و الگو واریانس شرطی، ساختار غیرخطی موجود در سری را توضیح داده است را در هر 8 گروه رد می‌شود. به‌این‌ترتیب، امکان وجود فرآیند آشوبناک در ساختار تأیید می‌شود.

4-2-آزمون حداکثر نمای لیاپانوف

در این پژوهش، برای محاسبه نمای لیاپانوف، از روش "بعد"، به کمک الگوریتم ولف، استفاده شده است. نمای لیاپانوف، به ازای ابعاد محاط 2 تا 5 و فاصله زمانی متفاوت (n) برآورد شده است. در اینجا منظور از محاسبه نمای لیاپانوف، محاسبه بزرگ‌ترین نما می‌باشد، یعنی با یافتن حداقل یک نمای مثبت، می‌توان بیان کرد که سیستم دارای یک فرآیند آشوبی می‌باشد. جدول (7) نتایج حاصل از آزمون نمای لیاپانوف را، برای ابعاد مختلف نشان می‌دهد.

جدول 5- نتایج الگو GARCH برای هر 6 گروه

تعداد مشاهدات	الگو
200	$r_t = 14.235 + a_t$, $\sigma_t^2 = 2.326e-05 + 1.00\, a_{t-1}^2$ $(7.747e-4)$ $(6.821e-6)$ (0.108) $AIC = -4.762$ $BIC = -4.712$ $SIC = -4.762$ $HQIC = -4.742$
400	$r_t = 1.788e-03 + a_t$, $\sigma_t^2 = 1.280e-04 + 0.245\, a_{t-1}^2$ $(6.075e-4)$ $(1.087e-5)$ $(8.967e-2)$ $AIC = -5.949$ $BIC = -5.919$ $SIC = -5.949$ $HQIC = -5.937$
600	$r_t = 1.396e-03 + a_t$, $\sigma_t^2 = 1.176e-04 + 0.303\, a_{t-1}^2$ $(4.910e-4)$ $(9.230e-6)$ (0.105) $AIC = -6.007$ $BIC = -5.985$ $SIC = -6.007$ $HQIC = -5.999$
800	$r_t = 1.449e-03 + a_t$, $\sigma_t^2 = 9.787e-05 + 0.394\, a_{t-1}^2$ $(3.921e-4)$ $(7.357e-6)$ (0.114) $AIC = -6.143$ $BIC = -6.125$ $SIC = -6.143$ $HQIC = -6.136$
1000	$r_t = 1.304e-03 + a_t$, $\sigma_t^2 = 9.651e-05 + 0.296\, a_{t-1}^2$ $(3.315e-4)$ $(5.917e-6)$ $(7.703e-2)$ $AIC = -6.203$ $BIC = -6.188$ $SIC = -6.203$ $HQIC = -6.198$
1200	$r_t = 1.364e-03 + a_t$, $\sigma_t^2 = 8.250e-05 + 0.306\, a_{t-1}^2 + 0.180\sigma_{t-1}^2$ $(3.196e-3)$ $(1.053e-5)$ $(6.891e-2)$ $(8.248e-2)$ $AIC = -6.080$ $BIC = -6.063$ $SIC = -6.080$ $HQIC = -5.073$
1400	$r_t = 1.241e-03 + a_t$, $\sigma_t^2 = 6.526e-05 + 0.561\, a_{t-1}^2 + 0.312\sigma_{t-1}^2$ $(3.124e-4)$ $(7.785e-6)$ $(8.118e-2)$ $(5.843e-2)$ $AIC = -5.786$ $BIC = -5.771$ $SIC = -5.786$ $HQIC = -5.780$
1670	$r_t = 5.601e-05 + a_t$, $\sigma_t^2 = 3.402e-05 + 0.840\, a_{t-1}^2 + 0.540\sigma_{t-1}^2$ $(3.073e-4)$ $(3.205e-6)$ $(7.123e-2)$ $(2.159e-2)$ $AIC = -4.748$ $BIC = -4.735$ $SIC = -4.748$ $HQIC = -4.743$

توضیح: تمامی ضرایب در سطح 5 درصد معنی‌دار می‌باشد. آماره درون پرانتز بیانگر آماره انحراف استاندارد می‌باشد.

منبع: یافته‌های تحقیق

نتایج به دست آمده، نشان می‌دهد به ازای تمامی بعدها، و تمامی فواصل زمانی (n)، مقدار نمای لیاپانوف، عددی مثبت و کوچک است که بیانگر پیروی سری زمانی قیمت سکه تمام بهار

آزادی از یک فرآیند آشوبناک می‌باشد. همچنین جهت تأیید نتایج، از بسته LAB432 نرم‌افزار MATLAB برای محاسبه نمای لیاپانوف استفاده شد که نتایج آن نیز بیان می‌کند سری زمانی مذکور دارای فرآیندی آشوبناک می‌باشد.

جدول 6- آزمون BDS استاندارد شده بر روی پسماندهای الگوی GARCH

ε / ابعاد	m=2	m=3	m=4	m=5	m=2	m=3	m=4	m=5
مشاهدات	200مشاهده (SE=0/0134)				400مشاهده (SE=0/0139)			
0/5 ε	7/923	7/511	7/940	8/731	2/684	3/277	3/187	4/318
1 ε	6/853	6/283	5/916	5/738	1/956	2/013	1/861	2/146
1/5 ε	5/147	4/396	4/005	5/738	3/981	3/974	3/687	3/491
2 ε	5/496	4/880	4/357	3/911	5/969	5/547	5/038	4/564
مشاهدات	600مشاهده (SE=0/0131)				800مشاهده (SE=0/0123)			
0/5 ε	3/036	3/358	3/084	3/786	3/339	3/945	3/809	5/102
1 ε	2/704	2/780	2/825	3/353	3/467	3/501	3/393	4/047
1/5 ε	4/033	3/882	3/779	3/942	4/310	4/097	3/940	4/361
2 ε	5/075	4/578	4/352	4/314	5/822	5/342	5/102	5/041
مشاهدات	1000مشاهده (SE=0/0118)				1200مشاهده (SE=0/0126)			
0/5 ε	3/798	4/153	3/561	4/506	5/328	5/883	5/720	7/074
1 ε	3/768	3/689	3/291	3/823	5/437	5/661	5/710	6/387
1/5 ε	3/585	3/569	3/367	3/851	5/828	6/309	6/509	6/883
2 ε	5/013	4/742	4/461	4/550	7/192	7/477	7/376	7/208
مشاهدات	1400مشاهده (SE=0/0198)				1670مشاهده (SE=0/0112)			
0/5 ε	9/450	10/112	10/354	11/590	19/761	20/041	19/242	18/655
1 ε	9/621	10/388	10/888	11/458	22/195	21/144	20/101	18/888
1/5 ε	11/004	11/503	11/458	11/319	18/206	17/582	16/292	15/095
2 ε	12/055	11/510	11/018	10/662	18/879	16/897	15/157	13/808

SE: انحراف استاندارد نمونه

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول 7- مقادیر حداکثر نمای لیاپانوف (برای داده‌های خام سری زمانی قیمت سکه تمام بهار آزادی)

n / ابعاد	**m**=2	**m**=3	**m**=4	**m**=5
n=1	4/3972	2/9531	2/1475	1/6823
n=2	7/2756	5/1580	3/8826	3/1142
n=3	7/7859	6/8523	5/3514	4/3774
n=4	9/8921	7/9983	6/6062	5/5156
n=5	10/8773	8/9543	7/5632	6/5284
n=6	11/8151	9/8162	8/3820	7/3401
n=7	12/6914	10/6152	9/1212	8/0460
n=8	13/4346	11/3431	9/8083	8/6977
n=9	14/1360	12/0046	10/4551	9/3143
n=10	14/8456	12/6492	11/0580	9/8898

منبع: یافته‌های تحقیق

5- نتیجه‌گیری

نوسانات قیمت سکه علاوه بر تأثیرگذاری بر سایر بازارهای مالی، از آن‌ها نیز تأثیر می‌پذیرد، لذا پیش‌بینی درست می‌تواند سیاست‌گذاران را در اتخاذ تصمیم مناسب یاری رساند. از طرفی دیگر، سرمایه‌گذاران سکه را جزء سبد دارایی خود قرار داده و پیش‌بینی قیمت سکه برای آنان حائز اهمیت است.

به‌طورکلی، معین کردن یک معیار برای پیش‌بینی که در کل قابل قبول باشد، غیرممکن است. این مسئله به‌ویژه در مفهوم خطی حادتر می‌شود. درواقع، عواملی مانند ضعف روش‌های خطی در پیش‌بینی، عدم پایداری روش‌های خطی در برابر جملات خطا، و تشخیص وجود الگوی غیرخطی در سری زمانی، باعث شده است که اقتصاددانان به دنبال روش‌های غیرخطی باشند.

به دلیل وجود نوسانات بسیار زیاد و پیچیده، اغلب فرآیند مولد سری زمانی به‌صورت تصادفی در نظر گرفته می‌شود. نظریه آشوب در بازار، دلالت بر این دارد که قیمت در بازار به‌طور کامل از یک رابطه معین خطی پیروی نکرده و در صورت آگاهی از شرایط اولیه، با یک الگوی غیرخطی، قابل پیش‌بینی خواهد بود.

در این مقاله به ارزیابی قابلیت پیش‌بینی سری زمانی قیمت سکه تمام بهار آزادی، پرداخته شد

و برای این منظور از آزمون BDS در سه مرحله، جهت تعیین روند سری و از آزمون حداکثر نمای لیاپانوف برای تعیین آشوبی بودن سری زمانی استفاده شده است.

نتایج به دست آمده، وجود نظریه آشوب و قابلیت پیش‌بینی در قیمت سکه تمام بهار آزادی را تأیید می‌کند؛ بنابراین می‌توان با توجه به نتایج به دست آمده از ماهیت این سیستم، به پیش‌بینی با الگوهای غیرخطی برای این سری زمانی با استفاده از داده‌های تاریخی آن پرداخت.

References

[1] Abbasi Nejad, H., Motavasseli, M. & Mohammadi, S. H. (2004). Economic growth as a nonlinear and discontinuous process. *Iranian economic review*. 9(10), 17-38.

[2] Adrien, B. (2008). Les ventes de produits innovants à la mode sont-elles chaotiques? Le cas des ventes de game boy au Japon [Are innovative and fashion goods sales chaotic? The case of game boy sales in Japan]. *Series* MPRA Paper with number 12964.

[3] Alligood, K. T. Sauer, T.D. & Yorke, J.A. (1996). *CHAOS: An introduction to dynamical systems*. Springer.

[4] Asseery, A. A. (2005). Evidence of non-linearity's in the bilateral real exchange rates of the british pound. *International Economic Journal*. 19(1), 63–90.

[5] Bask, M. (1997). Deterministic chaos in exchange rates? *Department of economics, Umea university studies*, 453.

[6] Belaire J. & Contreras D. (2002). How to compute the BDS test: a software comparison. *Journal of Applied Econometrics*, 17(6), 691 – 699.

[7] Belaire, J. & Contreras D. (2002). The BDS test: A practitioner's guide, Unpublished, Univercity of Valencia, and Department of Analysis Economice, (Working paper).

[8] Bonache, A. & Moris, K. (2011). Premieres preuves empiriques de chaos dans les ventes de biens a la mode - First empirical evidence of chaos in the sales of fashion goods. *Cahier du FARGO* 1110602.

[9] Brock, W. A., Scheinkma, J. A., Dechart W. D. & Lebaron, B. (1996). A test for indepence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, 15, 197-235.

[10] Cromwell, J.B., Labys, W., C. & Terraza, M. (1994). *Univariate tests for time series models*, series: Application in the Social Sciences, a SAGE Univercity paper, London.

[11] Diks, C. (2003). Detecting Serial Dependence in tail events: A test Dual to the BDS Test, *journal* Economics Letters. 79(3), 319-324.

[12] Enders, W. (2004). *Applied Econometric Time Series*, WILEY, Second Edition.
[13] Fernandes, M. & Preumont, P. Y. (2002). Atahe finite-sample size of the BDS test for GARCH standaradized residuals, unpublished manuscript, *Department of Economics, Queen Mary, University of London*, (Working paper).
[14] Frank, M. & Stengos, T. (1988). Chaotic Dynamics in Economic Time-Series, *Journal of Economic Survey*, 2(2), 103-133.
[15] Gujarati, D. (2008). The basics of econometrics, Translation: H., Abrishami, Tehran University, Fifth Edition. (In Persian).
[16] Henon, B. (1976). A two -dimensional mapping with a strange attractor. *Journal of Commun. Math. Phys*, 50(1), 69-77.
[17] Hsieh, D. A. (1991). Chaos and nonlinear dynamics: applications to financial markets. *Journal of finanace*, 46(5), 1839-1877.
[18] Isham, V. (1993). Statistical aspects of chaos, a review in: *Networks and chaos statistical and probabilistic aspects*, (Working paper).
[19] Kanzler, L. (1999). Very Fast and correctly sized estimation of the BDS statistic. *SSRN Electronic Journal*, Christ Church and Department of Economics Unvercity of Oxford.
[20] Kapitanyak, T. (2005). Chaos for engineers, theory, application and control, translation: Jamshid Behin, Kermanshah, Razi University; First Edition. (In Persian).
[21] Khilji, N.M. (1994). Nonlinear dynamics and chaos: Application to financial markets in Pakistan. *The Pakistan Development Review*. 33(4), 1417-1429.
[22] Kim H. S., Kang D. S. & Kim J. H. (2003). The BDS statistic and residual test, *Stochast Environ Res Risk Assess.* 17, 104-115.
[23] Kocenda, E. (2003). An Alternative to the BDS test: Integration across The Correlation Integral. *Economic Reviews*, 20(3), 337-351.
[24] Kunchu, P. K. (1997). Using BDS statistics to detect nonlinearity in time series. Computer and Information Science , Miscellaneous Papers, *Computational Intelligence*, 2(2), 1-2.
[25] Moshiri, S. (2001). Review of the chaos theory and its applications in economics. *Economic Research Journal*, 12, 29-71. (In Persian).
[26] Moshiri, S. & Forutan, F. (2004). Chaos test and predict future crude oil. *Economic researches Journal*, 12, 90-67 . (In Persian).
[27] Ramasamy, R. & Mohd Helmi, M. H. (2011). Chaotic behavior of financial time series- an empirical assessment. *International Journal of Business and social science*. 2(3), 77-83.
[28] Rosenstein M. T., Collins J. J. & Deluca C. J. (1993). A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica*, 65(117).
[29] Salami, A. B. (2001). Tehran Stock Exchange chaotic process efficiency test. *Economic Research Journal*, 5, 35-77. (In Persian).

[30] -Shumway R., H. & Stoffer D.S. (2010). *Time series analysis and its application*. Springer, Thired Edition.
[31] Small, M. & Tse, C. K. (2003). Determinism in fnancial time series. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 7(3).
[32] Tsay, R., S. (2010). *Financial time series*. WILEY, Third Edition.
[33] Vosvrda. M. & Zikes, F. (2004). An application of The GARCH-*t* model on central european stock returns. *Journal* Prague Economic Papers, 1, 26-39.
[34] Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L. & Vastano, J. A. (1985). Determining Lyapunov exponent from a time series. *Physical*, 16, 285-317.