پژوهش‌های اقتصاد پولی، مالی دوره جدید، سال بیست و هفتم، شمارۀ۱۹، بهار و تابستان ۱۳۹۹

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با دارایی‌های متنوع*

سوده صباحی[۱]
کارشناس ارشد مهندسی مالی دانشگاه تربیت مدرس
فریماه مخاطب رفیعی[۲]
دانشیار گروه مدیریت سیستم و بهره‌وری دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس
محمد علی رستگار[۳]
استادیار گروه مدیریت سیستم و بهره‌وری دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ دریافت ۱۳۹۸/۹/۱۹ تاریخ پذیرش ۱۳۹۹/۴/۸

چکیده

یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های همیشگی سرمایه‌گذاران انتخاب بهترین فرصت‌های سرمایه‌گذاری با بیشترین ارزش سرمایه‌گذاری است و با توجه به گزینه‌های مختلف برای سرمایه‌گذاری، تنوع بخشی در سبد سرمایه‌گذاری یک استراتژی مفید و مطرح در مباحث سرمایه‌گذاری می‌باشد. اما استراتژی سرمایه‌گذاری در بین دارایی‌های مختلف نظیر بورس اوراق بهادار، طلا، ارز و رمز ارز نامشخص بوده و معلوم نیست که علیرغم رکود و رونق موقت برخی از دارایی‌ها (همانند بورس و طلا) و همچنین تأثیرات آن‌ها بر یکدیگر، اولویت‌بندی سرمایه‌گذاری (به لحاظ ریسک و بازده) بین دارایی‌های فوق چگونه تخصیص یابد.
هدف از انجام این تحقیق، پیشنهاد اوزان بهینه سرمایه‌گذاری بین دارایی‌های بورس اوراق بهادار تهران، سکه بهار آزادی، دلار آمریکا و بیت‌کوین از طریق حداقل‌سازی ارزش در معرض ریسک شرطی با روش

---

* - مقاله پژوهشی

۱- نویسنده مسئول: s.sabahi@modares.ac.ir

2- f.mokhatab@modares.ac.ir
3- ma_rastegar@modares.ac.ir
DOI: 10.22067/pm.v27i19.84579

میانگین–ارزش در معرض خطر شرطی می‌باشد. بدین منظور با توجه به دم‌پهن بودن توزیع بازدهی دارایی‌های مالی جهت پیش‌بینی توزیع دنباله‌ها از نظریه ارزش فرین، رویکرد فراتر از آستانه استفاده شده است. همچنین برای محاسبه ارتباط بین این دارایی‌ها از ترکیب روش همبستگی شرطی پویا و کاپولا استفاده شده است که همبستگی علاوه بر غیرخطی بودن، پویا و متغیر با زمان نیز باشد.
با استفاده از اطلاعات روزانه شاخص دارایی‌های فوق در فاصله زمانی مهر ۱۳۹۳ تا فروردین ۱۳۹۷، مرز کارای سرمایه‌گذاری رسم شده است. نتایج نشان می‌دهد در سطح ریسک (ارزش در معرض ریسک شرطی) صفر به دلیل تغییرات کم واریانس، بیش‌ترین وزن سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار و در بالاترین سطح ریسک، بیش‌ترین وزن سرمایه‌گذاری در رمز ارز (بیت‌کوین) به دلیل بازده بالاتر، تخصیص یافته است. همچنبن مقایسه پرتفوهای بهینه با استفاده از نسبت شارپ شرطی حاکی از عملکرد بهتر پرتفوهای متنوع نسبت به هر دارایی است و بهترین عملکرد را پرتفو شامل سکه با اختصاص بیش از ۷۰ درصد و دلار و بیت‌کوین با وزن برابر داشته است. همچنین با توجه به نسبت شارپ شرطی در پرتفو بهینه حداقل وزن سکه ۶۰ درصد وحداکثر سهم دلار و بیت‌کوین ۲۰ درصد می‌باشد.

واژگان کلیدی: همبستگی شرطی پویا، نظریه ارزش فرین، کاپولا، ارزش در معرض ریسک شرطی، بهینه‌سازی، سبد با دارایی‌های متنوع.
طبقه‌بندی JEL: C32, C58, G32, G11

مقدمه

اساس هرگونه سرمایه‌گذاری دست‌یابی به بازده است. سرمایه‌گذار برای دست‌یابی به بازده باید ریسک وابسته به سرمایه‌گذاری را نیز بپذیرد. تعامل بین ریسک و بازده منجر به تصمیم‌گیری در خصوص تخصیص دارایی می‌گردد.

یکی از استراتژی‌های مطرح در مباحث سرمایه‌گذاری، تنوع بخشی در سبد سرمایه‌گذاری می‌باشد. تنوع‌بخشی به سبد سرمایه‌گذاری سنتی که تنها شامل پول نقد و اوراق بهادار است با دارایی‌های جایگزین از جمله کالا، ارز و املاک، از طریق کاهش همبستگی بین دارایی‌ها، به افزایش مقاومت آن در برابر تغییرات شدید بازار سهام کمک می‌کند و سبب بهبود عملکرد سبد سرمایه‌گذاری می‌گردد (Fischer & Lind-Braucher, 2010). همچنین به‌دلیل همبستگی کم بین

دارایی‌های سنتی و رمز ارز[1] و بازده بسیار بالا رمز ارز، ابزار مناسبی برای ترکیب با سبد سرمایه‌گذاری متنوع می‌باشد و سبب افزایش نسبت شارپ می‌گردند (Chuen et al., 2017). با توجه به اینکه استراتژی سرمایه‌گذاری در بین دارایی‌های مختلف نظیر بورس اوراق بهادار، طلا، ارز و رمز ارز (بیت‌کوین[2]) نامشخص بوده و معلوم نیست که علیرغم رکود و رونق موقت برخی از دارایی‌ها اولویت‌بندی سرمایه‌گذاری (به لحاظ ریسک و بازده) در بین دارایی‌های فوق چگونه باید باشد تا سرمایه‌گذار به بالاترین سود با کمترین ریسک دست یابد لذا لازم است تا در طی یک تحقیق مشخص شود که پربازده‌ترین و کم ریسک‌ترین دارایی در بلندمدت کدام دارایی‌ها می‌باشند.

از مهم‌ترین چالش‌های اساسی در مبحث ارزش در معرض خطر، تعیین تابع توزیع مناسب برای دارایی‌های مالی است. در اکثر روش‌های متداول برآورد ارزش در معرض خطر توزیع شناخته‌شده‌ای برای سبد دارایی فرض می‌شود و به‌طور معمول توزیع نرمال مورد استفاده قرار می‌گیرد، در صورتی که طبق مطالعات مالی انجام شده، بازده دارایی‌های مالی دارای دنباله پهن[3] می‌باشند و از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند، بنابراین برای پیش‌بینی بهتر توزیع دنباله‌ها از نظریه ارزش فرین استفاده می‌شود.

در این پژوهش با استفاده از مدل میانگین- ارزش در معرض خطر شرطی[4]، به کمک نظریه ارزش فرین[5] و با اتکا به تئوری کاپولا[6] و محاسبه ساختار همبستگی میان سری‌ها به صورت متغیر با زمان با استفاده از روش همبستگی شرطی پویا[7]، ضمن محاسبه توزیع مشترکی برای دارایی‌ها فارغ از هرگونه فرض نرمال بودن و همبستگی خطی، اولویت‌ها و وزن‌های سرمایه‌گذاری در بین دارایی‌ها را به طور بهینه تعیین می‌گردد.

این پژوهش دو ویژگی اساسی دارد:

1- Cryptocurrencies
2- Bitcoin
3- Fat Tail
4- Mean- CVaR
5- Extreme Value Theory (EVT)
6- Copulas
7- Dynamic Conditional Correlation (DCC)

اول، آنکه از روش DCC-EVT-Copula در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری متنوع استفاده می‌کند.

دوم، آنکه از رمز ارز بیت‌کوین در راستای متنوع‌سازی سبد سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود که تاکنون در ایران استفاده نشده است.

در ادامه پس از بیان مبانی نظری و پیشینه پژوهش به بیان روش‌شناسی تحقیق و نتایج پژوهش می‌پردازیم و در انتها نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه می‌گردد.

مبانی نظری

برای اولین بار، در سال ۱۹۵۲ مارکویتز الگوی حل مسئله انتخاب مجموعه بهینه دارایی‌ها (نظریه میانگین - واریانس) را ارائه داد. وی مسئله را به صورت برنامه‌ریزی کوادراتیک با هدف کمینه‌سازی واریانس مجموعه دارایی با این شرط که بازده مورد انتظار از یک مقدار ثابت بزرگ‌تر مساوی باشد، مطرح کرد. این مسئله یک محدودیت کارکردی دیگر نیز دارد که بر اساس آن مجموع اوزان دارایی باید برابر با یک باشد. همچنین وزن هر یک از دارایی ها در پرتفوی باید عددی حقیقی و غیر منفی باشد.

با فرض n ورقه بهادار، بازده ورقه i ام (بازده یک متغیر تصادفی محسوب می‌گردد) را با R_i و میانگین (بازده انتظاری) آن را با $\bar{R}_i$ و واریانس ورقه سهام را با σ_i نمایش می‌دهیم. از طرفی فرض دیگر آن است که σ_{ij} کوواریانس بین بازدهی دو سهم است. شکل استاندارد مدل میانگین - واریانس به‌صورت رابطه (۱) است: (Markowitz, 1959)

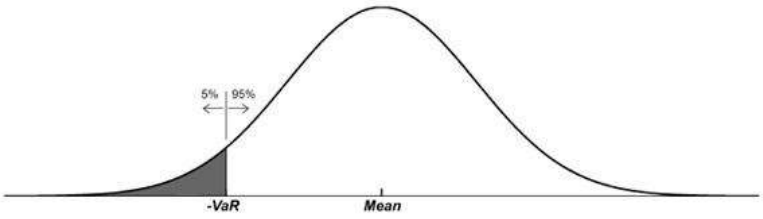
$$\begin{aligned} &Min\ z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \\ &s.t: \\ &\quad \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{R}_i \geq d \\ &\quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ &\quad w_i \geq 0 \end{aligned} \qquad (۱)$$

در این پژوهش، ریسک نوسانات دارایی با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر شرطی محاسبه گردیده که در ادامه به معرفی این معیار پرداخته شده است.

ارزش در معرض خطر[1]

این شیوه اندازه گیری ریسک ابتدا تیل گولدیمن[2] در سال ۱۹۸۰ ارائه شد. این شاخص حداکثر خسارت انتظاری یک پرتفولیو (یا بدترین زیان ممکن را برای یک افق زمانی مشخص با توجه به یک فاصله اطمینان معین اندازه می گیرد.

متغیر X را به‌عنوان بازده پرتفولیو در نظر بگیرید. تابع توزیع تجمعی آن $F_X(x) = Pr(X \leq x)$ می‌باشد و $F_x^{-1}(x)$ تابع کوانتایل یا تابع معکوس $F_X(x)$ است. VaR بر اساس سطح اطمینان $1 - \alpha$ با توجه به شکل ۱ (که توزیع نرمال بازده پرتفولیو را در یک دوره زمانی نشان می‌دهد) عبارت است از رابطه (۲) :



شکل ۱. ارزش در معرض ریسک در توزیع نرمال بازده

$$VaR_{1-\alpha} = -F_x^{-1}(\alpha) = -inf[x|F_x(x) \geq \alpha] \qquad (۲)$$

یکی از مفروضاتی که در مورد توزیع بازده سری‌های مالی در نظر گرفته می‌شود، نرمال بودن آن‌هاست، درحالی‌که توزیع بسیاری از سری‌های بازده مالی، نرمال نیستند. و به‌طور فراگیری دارای چولگی و کشیدگی هستند. در زمانی که توزیع بازده‌ها نرمال نیست، ارزش در معرض ریسک به‌عنوان سنجه مناسب ریسک مطرح می گردد (Peyravi, 2011).

ارزش در معرض ریسک یک سنجه ریسک منسجم نبوده و به دلیل نداشتن خاصیت زیر جمع‌پذیری، ممکن است کارایی لازم را در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری نداشته باشد. به همین

1- Value at Risk (VaR)
2- Till Guldimann

منظور محققان ارزش در معرض ریسک شرطی را به‌عنوان یک سنجه‌ی منسجم به‌عنوان جایگزین ارزش در معرض ریسک معرفی نموده‌اند.

ارزش در معرض ریسک شرطی با سطح اطمینان α بیانگر امید ریاضی مقدار بازده‌ای است که در افق زمانی معین مشروط و سطح اطمینان α درصد کمتر یا برابر با ارزش در معرض ریسک باشد.

اگر X بیانگر مقدار زیان سبد سرمایه‌گذاری بوده و VaR_α، رابطه ارزش در معرض ریسک شرطی به‌صورت رابطه (۳) بیان می‌گردد:

$$CVaR_\alpha = E[X|X \geq VaR_\alpha] \quad (۳)$$

اگر X بیانگر مقدار زیان سبد سرمایه‌گذاری بوده و VaR_α، رابطه ارزش در معرض ریسک شرطی به‌صورت رابطه (۴) بیان می‌گردد:

$$CVaR_\alpha = E[X|X \geq VaR_\alpha] \quad (۴)$$

همچنین می‌توان ارزش در معرض ریسک شرطی را به‌صورت رابطه (۵) نیز نمایش داد:

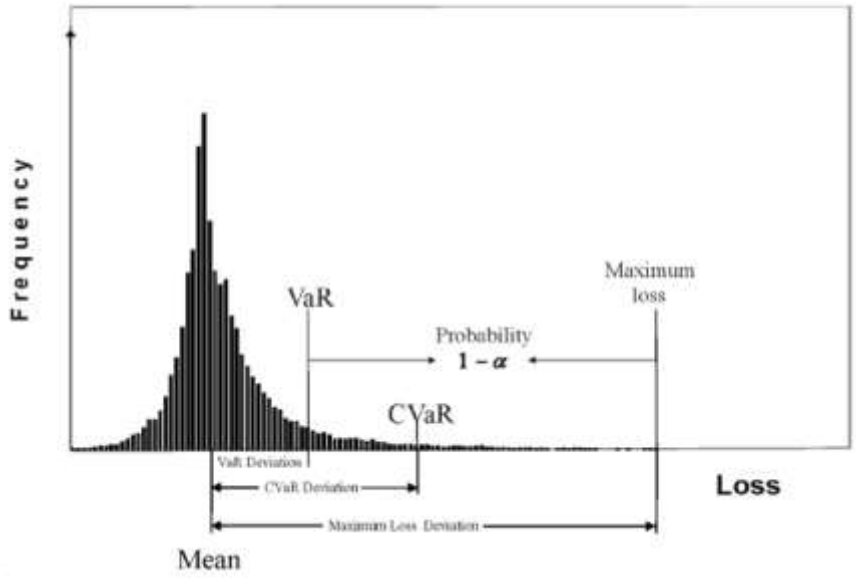
$$CVaR_\alpha = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 VaR_\beta d\beta \quad (۵)$$

رابطه (۵) بیانگر این است که $CVaR_\alpha$ میانگین VaR_β به ازای $\beta \in [\alpha.1]$ می‌باشد (Sharifi, 2017).

در شکل ۲ می‌توان محدوده‌ی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی را برای تابع توزیع ضرر مشاهده نمود.

روش‌های محاسبه VaR به دو نوع پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم می‌شود. روش پارامتریک به روش واریانس – کوواریانس و برخی روش‌های تحلیلی خلاصه می‌شود. روش ناپارامتریک نیز شامل شبیه‌سازی تاریخی و شبیه ساری مونت‌کارلو است.

در این پژوهش برای محاسبه ارزش در معرض خطر، از روش‌های اقتصادسنجی سری‌های زمانی نظیر واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم‌یافته چند متغیره ، نظریه ارزش فرین و کاپولا استفاده شده‌است که در ادامه به طور مختصر معرفی می‌گردد.



شکل ۲. محدوده VaR و CVaR برای توزیع ضرر

مدل‌های ناهمسانی واریانس

اگر واریانس غیرشرطی (یا بلندمدت یک سری زمانی در طول زمان ثابت باشد اما در دوره‌هایی تغییرات واریانس نسبتاً زیاد باشد این سری زمانی اصطلاحاً « ناهمسانی واریانس شرطی (ARCH)[1] نامیده می‌شود.

یک حالت ساده برای تفسیر فرآیند ARCH(l) می‌باشد، که عبارت است از (رابطه (۶)):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \qquad (۶)$$

در حقیقت یک شوک بزرگ در دوره $t-1$ موجب یک واریانس بزرگ (شرطی) در دوره t می‌گردد.

مدل ساده GARCH به‌صورت فرآیند GARCH(1,1) و رابطه (۷) است:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_0 r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \qquad (۷)$$

میانگین، واریانس غیرشرطی به‌وسیله $E(r_{t-1}^2) = \sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^2 = \sigma^2$ رابطه (۸) به دست می‌آید:

1- Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1-\beta} \quad (۸)$$

برای مدل‌های مانا، مجموع پارامترهای $\alpha_1 + \beta$ بایستی از یک کمتر باشد (Patterson, 2000).

یکی از مدل‌هایی که عدم تقارن واریانس را در نظر می‌گیرد مدل GJR-GARCH می‌باشد که اولین بار توسط گلوستن[1] و همکاران در سال ۱۹۹۳ معرفی گردید. این مدل، مدل اصلی GARCH را با استفاده از یک متغیر موهومی تعدیل و اصلاح می‌نماید. این مدل در واقع اثر اهرمی را مد نظر قرار می‌دهد و بر این فرض مبتنی است که تغییرات غیرمنتظره در بازده بازار اثرات متفاوتی بر واریانس شرطی بازده دارد.

گارچ چندمتغیره M-GARCH

مدل GARCH چندمتغیره بسیار شبیه مدل GARCH تک متغیره می‌باشد. با این تفاوت که شامل تعداد معادلات خاصی است که حرکت کوواریانس را در طول زمان در برمی‌گیرد. در هر یک از مدل‌های GARCH چندمتغیره، برای سادگی بیشتر، فرض شده است که تنها دو دارایی وجود دارد که واریانس‌ها و کوواریانس‌ها مدل شده است. چهار سیستم اخیر این مدل عبارت‌اند از:

CCC (بالرسلو) ۱۹۹۰

BEKK (انگل، کرونر) ۱۹۹۵

VECH (بالرسلو، انگل، رودریگ) ۱۹۹۸

DCC (انگل، تسی، تسوی) ۲۰۰۲

که در این مدل‌های در حل مسائل مربوط به قیمت‌گذاری دارایی، سرمایه‌گذاری و نوسانات در بازارها کاربردهای فراوانی وجود دارد.

نظریه ارزش فرین (EVT)

نظریه ارزش فرین بر روی مقادیر حدی تمرکز دارد و در نهایت نشان می دهد که چه تابع

1- Glosten

توزیعی بهترین تابع توزیع برای برازش بر روی داده هاست. همچنین مقدار پارامترهای این تابع توزیع را تخمین می‌زند. این نظریه به خوبی می‌تواند جهت مدلسازی دنباله توزیع بکار رود.

در عمل برای به کار بستن تئوری ارزش فرین دو رویکرد اصلی وجود دارد که عبارت است از رویکرد بیشینه بلوک[1] و رویکرد فراتر از آستانه[2] (POT).

کاپولا

کاپولا اولین بار در سال ۱۹۵۹ توسط اسکالر[3] مطرح شد که مورد استقبال بسیاری از پژوهشگران در حوزه‌های مختلف از جمله حوزه مالی برای بررسی توزیع توأم متغیرهای تصادفی قرار گرفت. اولین بار امبرچتس[4] و همکارانش در سال ۱۹۹۹، این توابع را در علوم مالی برای مدل‌سازی ریسک استفاده کردند. در مباحث مالی هنگامی که موضوع مورد بررسی سبدی از دارایی‌های مالی و یا بررسی رفتار هم‌زمان تعدادی از ابزارهای مالی است، از این توابع استفاده می‌شود (Mousavi, 2017).

قضیه اسکالر: فرض کنید F یک تابع توزیع مشترک با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_1 \ldots . F_d$ باشد، آنگاه یک کاپولای $C: [0.1]^d \rightarrow [0.1]$ وجود دارد بطوری‌که به ازای هر $x_1 \ldots . x_d$ در $\bar{R} = [-\infty . \infty]$ رابطه‌ی (۹) برقرار باشد:

$$F(x_1 \ldots . x_d) = C(F_1(x_1) . \ldots . F_d(x_d)) \qquad (۹)$$

بر طبق این قضیه حاشیه‌های تک متغیره و ساختار وابستگی چندمتغیره را می‌توان برای توابع توزیع چند متغیره پیوسته تفکیک کرد. و ساختار وابستگی می‌تواند توسط یک کاپولا نشان داده شود.

مهم‌ترین ویژگی نتیجه یاد شده آن است که هیچ الزامی مبنی بر تشابه توزیع‌های حاشیه‌ای وجود ندارد. همچنین لازم نیست که انتخاب کاپولا به توزیع حاشیه‌ای محدود شود (Shekari, 2018).

1- Block Maxima approach
2- Peak Over Threshhold
3- Sklar
4- Embrechts

پیشینه پژوهش

دنگ و همکاران (Deng et al., 2011) به بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از چهار شاخص بازار سهام چین، با استفاده از مدل Pair Copula- GARCH- EVT- CVaR پرداختند. از این مدل جهت اندازه‌گیری ریسک پرتفوی و تعیین نوع ساختار وابستگی بین دارایی‌ها استفاده می‌شود. در ادامه برای بهینه‌سازی پرتفوی، این مدل را با شبیه‌سازی مونت‌کارلو و مدل Mean- CVaR ترکیب می‌کنند. نتایج پیشنهاد می‌دهند که مدل Pair Copula ساختار وابستگی را بهتر توصیف می‌کند، همچنین در بهینه‌سازی پرتفوی مدل Pair Copula- GARCH- EVT- CVaR نسبت به مدل t- Copula- GARCH- EVT- CVaR عملکرد بهتری دارد و همچنین مدل بهینه‌سازی Mean- CVaR کارایی بیشتری از مدل Mean- VaR دارد.

سینر و همکاران (Ciner et al., 2013) طلا و نفت و ارز (دلار) را به سبد سنتی خود اضافه نمودند. آنان برای محاسبه ساختار همبستگی بین دارایی‌ها از DCC- GARCH استفاده نمودند. آنان با استفاده از رگرسیون به این نتیجه رسیدند که طلا و نفت دارایی‌های مناسبی برای ترکیب شدن با سبد دارایی‌های سنتی به جهت پوشش ریسک آن می‌باشند.

برگر (Berger, 2013) به پیش‌بینی ارزش در معرض خطر پرتفو سنتی همراه با ارز با روش DCC-EVT-Copula پرداخت. او نتیجه گرفته است که روش ترکیبی مورد استفاده عملکرد بهتری نسبت به DCC و Copula دارد.

هموده و همکاران (Hammoudeh et al., 2013) اقدام به متنوع‌سازی پرتفو با طلا و نفت و دیگر فلزات گران‌بها نمودند. آنان با حداکثر کردن نسبت شارپ بر حسب ارزش در معرض خطراقدام به یافتن پرتفو بهینه نمودند. آنان نتیجه گرفتن که پرتفو متنوع با نفت و طلا عملکرد بهتری (نسبت شارپ بیشتری) نسب به پرتفو سنتی و پرتفو فلزات گران‌بها دارد.

برایر و همکاران (Brière et al., 2015) علاوه بر املاک، ارز، طلا و نفت، رمزارز (بیت‌کوین) هم به سبد سنتی خود اضافه کردند. آنان همچنین از صندوق‌های پوششی در پرتفو خود استفاده کردند. آنان از مدل میانگین- واریانس با حداکثر کردن نسبت شارپ جهت مقایسه کارایی پرتفو در حضور و نبود بیت‌کوین استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که بیت‌کوین جهت متنوع‌سازی پرتفو بسیار مفید است و درصد اندکی از بیت‌کوین در یک پرتفو متنوع تعامل بین ریسک و بازده

را بسیار بهبود می‌بخشد.

گنگوال (Gangwal, 2016) با هدف بررسی تأثیر اضافه شدن بیت‌کوین بر پرتفو متنوع (اوراق بهادار، املاک، طلا و نفت) به مقایسه نسبت شارپ پرتفوها در حضور و نبود بیت‌کوین پرداخته و نتیجه گرفته است که اضافه شدن بیت‌کوین باعث افزایش نسبت شارپ در پرتفو متنوع می‌گردد.

آندریانتوو دیپوترا (andrianto & diputra, 2017) با هدف بررسی تأثیر رمز ارز بر پرتفو متنوع (اوراق بهادار، ارز، طلا) از سه رمزارز بیت‌کوین، لیت‌کوین[1] و ریپل[2] استفاده کردند. آنان با استفاده از مدل میانگین- واریانس با حداکثر کردن نسبت شارپ نتیجه گرفتند که اضافه شدن رمزارز به پرتفو متنوع باعث افزایش نسبت شارپ پرتفو می‌شود و رمز ارزها بازده بالایی را برای افراد با تحمل ریسک بالا فراهم می‌کند. همچنین وزن بهینه اختصاص یافته به رمز ارزها در پرتفو آنان بسته به ریسک‌پذیری افراد، بین ۵ تا ۲۰ درصد متغیر بوده است.

چوین و همکاران (Chuen et al., 2017) به سبد سنتی خود علاوه بر املاک، طلا و نفت، شاخص رمزارز هم که از ۱۰ رمزارز برتر تشکیل شده است، افزودند. آنان از مدل میانگین- واریانس با حداکثر کردن نسبت شارپ و از روش DCC-GARCH برای محاسبه همبستگی بین دارایی‌ها استفاده کرده‌اند. آنان نتیجه گرفتن که به‌دلیل همبستگی کم بین دارایی‌های سنتی و رمز ارزها و بازده بسیار بالا رمز ارزها، آن ها ابزار مناسبی برای ترکیب با دارایی‌های سنتی می‌باشند و سبب افزایش نسبت شارپ می‌گردند.

رازا و همکاران (Raza et al., 2018) با هدف بررسی امکان پوشش ریسک املاک با کالا، در پرتفو خود علاوه بر اوراق قرضه، املاک، طلا، نفت و شاخص کالاها را جای دادند. آنان برای محاسبه همبستگی بین دارایی‌ها از ADCC-GARCH استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهند که می‌توان از نفت برای پوشش ریسک کوتاه مدت و از طلا برای پوشش ریسک بلندمدت املاک بهره برد.

سهام‌خادم و همکاران (Sahamkhadam et al., 2018) با استفاده از دو مدل پیش‌بینی GARCH-EVT-Copula و ARMA-GARCH-EVT-Copula و سه مدل بهینه‌یابی حداقل

1- Litecoin
2- Ripple

واریانس، حداقل ارزش در معرض خطر شرطی و CET (certainty equivalence tangency) اوزان بهینه دارایی ها در پرتفو را بدست آوردند. همچنین برای محاسبه ساختار همبستگی بین دارایی‌ها از کاپولاهای بیضوی (تی استیودنت و گوسین) و کاپولاهای ارشمیدسی استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهند که کاپولای تی استیودنت و گوسین برای مدل پیش‌بینی مناسب‌تر هستند.

پیروی (Peyravi, 2011) با هدف پیشنهاد اوزان بهینه سرمایه‌گذاری در دارایی‌های سهام، ارز (دلار)، طلا و املاک و مستغلات با تمرکز بر روابط بین این بازارها، از رویکرد VAR-Multivariate GARCH و مدل میانگین- حداقل ارزش در معرض خطر استفاده کرده است. نتایج نشان می‌دهد در سطح ارزش در معرض ریسک صفر به‌دلیل تغییرات کم واریانس، بیش‌ترین وزن سرمایه‌گذاری در املاک و مستغلات و در بالاترین سطح ارزش در معرض ریسک، بیش‌ترین وزن سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران به‌دلیل بازده بالاتر، تخصیص یافته است.

قلی زاده و طهوری متین (Gholizade & Matin, 2011) با هدف بررسی تأثیر حضور مسکن در سبد دارایی خانوار، پرتفو شامل سهام، ارز، سکه، سپرده بانکی، اوراق مشارکت و مسکن تشکیل دادند. آنان با به کارگیری مدل میانگین- واریانس و استفاده از نرم‌افزار متلب، ترکیب دارایی‌ها در سبد دارایی خانوارها را استخراج کردند. آنان با رسم مرز کارایی در حضور مسکن و نبود آن، نتیجه گرفتند که مسکن دارایی مهمی در سبد دارایی در دوره رونق قیمت مسکن می‌باشد که موجب انتقال مرز کارایی خواهد شد.

نصیری (Nasiri, 2015) به مقایسه مدل‌های مختلف گارچ - کاپولا در تخصیص بهینه دارایی‌ها پرداخت و از مدلهای کاپولا همراه با توزیع‌های حاشیه‌ای گارچ کلاسیک برای مدلسازی ریسک و بازده پرتفویی شامل بازده‌های روزانه سکه، دلار آمریکا و شاخص بورس اوراق بهادار تهران استفاده کرد، که نتایج بیانگر آن بود که تخصیص بهینه سرمایه در تمام مدل‌های کاپولا مشابه می‌باشند و کاپولای تی استیودنت نسبت به سایر مدل‌ها در توصیف ساختار وابستگی پرتفوی عملکرد بهتری دارد.

محمودی و همکاران (Mahmoodi et al., 2017) به بررسی عملکرد املاک و مستغلات در برابر سایر فرصت‌های سرمایه‌گذاری شامل سهام، ارز (دلار آمریکا)، طلا، اوراق مشارکت و تأثیر حضور آن در پرتفو سرمایه‌گذاران پرداختند. آنان با به کارگیری مدل میانگین- واریانس، مرز

کارایی را در حضور املاک و مستغلات و نبود آن ترسیم کردند و نتیجه گرفتند که حضور املاک و مستغلات در پرتفوی، مرز کارایی را به سمت بالا انتقال داده و موجب بهبود ریسک و بازده پرتفو بهینه می گردد.

زاغفر و آجرلو (Zaghfar & Ajorloo, 2016) با هدف محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه شامل ارزهای دلار، یورو، وون کره، ین ژاپن، لیر ترک و درهم امارات، از روش GARCH-EVT-Copula (GEC) استفاده کردند. آنان از مدل خود رگرسیون همراه با ناهمسانی واریانس آستانه‌ای (GJR-GARCH) برای توزیع بازده‌ای متغیر در زمان دارایی‌های فردی، همچنین تئوری ارزش فرین برای توزیع‌هایی که دنباله پهن هستند و توابع کاپولا برای ساختار وابسته به تمام دارایی‌های یک سبد دارایی استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که مدل GEC نسبت به دو روش واریانس- کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی بهتر است.

شکاری (Shekari, 2018) با هدف محاسبه ارزش در معرض خطر از روش DCC-EVT-Copula همراه با GJR-GARCH استفاده نموده است. نتایج حاصله با روش EVT- Copula مقایسه شده و نتیجه گرفته شده است که DCC-Copula از روش EVT- Copula بهتر عمل کرده است.

روش‌شناسی پژوهش

در این پژوهش برای تخصیص بهینه سرمایه بین چهار دارایی بورس، طلا، ارز و رمز ارز از بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار (*TEPIX*)، بازده روزانه قیمت سکه بهار آزادی طرح قدیم بر حسب ریال، بازده روزانه قیمت دلار آمریکا بر حسب ریال در بازار آزاد تهران، بازده روزانه قیمت بیت‌کوین بر حسب ریال در فاصله مهر ۱۳۹۳ تا فروردین ۱۳۹۷ و روش DCC-EVT- Copula و مدل بهینه‌سازی Mean- CVaR استفاده شده‌است.

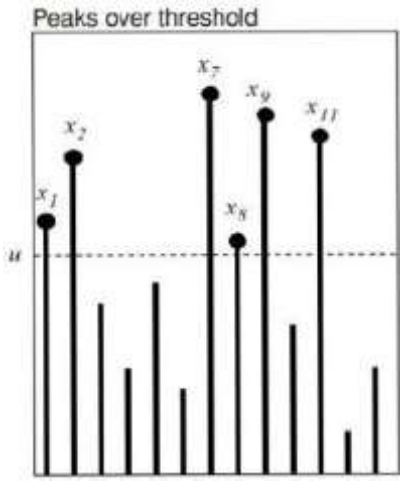
بازده هر دارایی، به صورت رشد لگاریتم قیمت آن محاسبه گردیده است. با توجه به اینکه پایه و اساس تجزیه و تحلیل سری های زمانی، مانایی است، به بررسی این آزمون در سری زمانی هر یک از دارایی‌های مورد نظر تحقیق پرداخته شده است، همچنین چون در محاسبه ارزش در معرض خطر جهت تعیین توزیع حاشیه‌ای تابع کاپولا، از نظریه ارزش فرین استفاده می‌شود و با توجه به اینکه این نظریه نیاز به سری‌هایی مستقل و هم‌توزیع دارد، وجود خودهمبستگی و

ناهمسانی واریانس بین سری زمانی بازده دارایی‌ها با آزمون‌های مرتبط بررسی شده است. از آنجاکه سری‌های مالی فاقد این ویژگی می‌باشند، برای رفع این مشکل، می‌توان از مدل‌های خودتوضیحی و ناهمسانی واریانس بهره برد که در اینجا ابتدا از یک مدل میانگین متحرک خودتوضیحی (ARMA) و سپس یک مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته GJR-GARCH(1,1) بر روی داده‌ها استفاده شده است. برای تخمین پارامترهای مدل واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم‌یافته از روش حداکثر درستنمایی استفاده شد و پس از استاندارسازی، داده‌ها برای پیاده‌سازی نظریه ارزش فرین آماده می‌گردند.

در این پژوهش، از یک توزیع نیمه پارامتریک که شامل استفاده کردن از یک کرنل با تابع گوسین به عنوان تابع کرنل، برای قسمت داخلی توزیع سری و توزیع تعمیم‌یافته پرتو برای قسمت دنباله توزیع استفاده می‌شود، دلیل استفاده از کرنل این است که توزیع تجربی پله‌پله داده‌ها را هموار می‌کند. همچنین برای پیاده‌سازی نظریه ارزش فرین از رویکرد فراتر از آستانه استفاده شده است که در ادامه به توضیح آن می‌پردازیم.

رویکرد فراتر از آستانه

رویکرد فراتر از آستانه، مشاهداتی را که از یک حد آستانه از پیش تعریف شده بزرگ‌تر هستند، مشخص می‌کند. این مفهوم در شکل ۳ قابل مشاهده است.



شکل ۳. رویکرد فراتر از آستانه

فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع حاشیه‌ای F باشند. توزیع مقادیر فراتر از یک آستانه (u) به‌وسیله رابطه (۱۰) که یک احتمال شرطی است بیان می‌شود.

$$F_u(y) = P\{X - u \leq y | X > u\} = \frac{F(y+u)-F(u)}{1-F(u)} \qquad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) بیانگر احتمال مقدار x وقتی حداکثر به‌اندازه y از آستانه u بزرگ‌تر است، می‌باشد. بالکما، هان[1] (۱۹۷۴) و پیکاندز[2] (۱۹۷۵) نشان دادند برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ آستانه، توزیع مقادیر فراتر از این آستانه به سمت توزیع تعمیم‌یافته پرتو رابطه (۱۱) همگن می‌شود:

$$G_{\xi,\beta,v}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{x-v}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{(x-v)}{\beta}} & if\ \xi = 0 \end{cases} \qquad (۱۱)$$

در رابطه (۱۱) ξ پارامتر شکل توزیع است. اگر $\xi > 0$ باشد، توزیع حاصله پرتوی تعمیم‌یافته که یک توزیع دم‌پهن است، خواهد شد. همچنین اگر $\xi < 0$ باشد، توزیع حاصله پرتوی نوع ۲ است. در نهایت اگر $\xi = 0$ باشد، توزیع حاصله نمایی می‌باشد. اهمیت این نتیجه این است که با انتخاب ξ, β و تعیین آستانه به اندازه کافی بزرگ می‌توان توزیع مقادیر فراتر از آستانه را به‌وسیله توزیع پرتوی تعمیم‌یافته تخمین زد. پارامترهای این توزیع را می‌توان به‌وسیله رویکرد حداکثر درستنمایی یا رویکرد گشتاورهای موزون تخمین زد. احتمال مقادیر موجود در دم توزیع را می‌توان به‌وسیله رابطه (۱۲) که با ضرب دو طرف رابطه (۱۰) در هم به دست آمده، محاسبه کرد.

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \qquad (۱۲)$$

برای مقادیر بزرگ‌تر از آستانه، $F_u(y)$ را می‌توان به‌وسیله توزیع پرتوی تعمیم‌یافته و همچنین $F(u)$، که احتمال مشاهده مقداری فراتر از آستانه است را نیز با توجه به داده‌ها می‌توان به صورت رابطه (۱۳) تخمین زد.

1- Balkema & Haan
2- Pickands

$$F(u) = \frac{n - n_u}{n} \quad (۱۳)$$

بنابراین تخمین زننده دم توزیع به صورت رابطه زیر می‌باشد. برای هر احتمال q احتمال نظیر در دنباله توزیع (Z_q) را می‌توان با معکوس رابطه (۱۴) به‌صورت رابطه (۱۵) به دست آورد.

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}\left(1 + \hat{\xi}\frac{x-u}{\hat{\beta}}\right)^{-1/\xi} \quad (۱۴)$$

$$z_{q,k} = z_{k+1} + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}}\left(\left(\frac{1-q}{k/n}\right)^{-\frac{1}{\xi}} - 1\right) \quad (۱۵)$$

مهم‌ترین گام در پیاده‌سازی توزیع تعمیم یافته پرتو تعیین حد آستانه مناسب می‌باشد. اگر مقدار آستانه بدرستی تعیین نشود ممکن است دقت تخمین پایین بیاید و یا تخمین پارامترها اریب شوند. اگر مقدار آستانه پایین انتخاب شود تعداد مشاهدات افزایش یافته و تخمین دقیق‌تر خواهد بود از طرفی تعداد زیاد مشاهدات ممکن است موجب ورود مشاهداتی که از مرکز توزیع در محاسبات شده و تخمین پارامترها اریب خواهند شد (Mousavi, 2017).

در این پژوهش از حد آستانه ثابت و روش تجربی استفاده شده است. در روش تجربی حد آستانه، k امین داده آماری که ۹۰ درصد داده‌ها قبل آن باشند، انتخاب می گردد.

پس از تعیین توزیع دارایی‌ها، ساختار همبستگی میان دارایی‌ها محاسبه می گردد. برای محاسبه ارتباط بین این دارایی ها از ترکیب روش همبستگی شرطی پویا و کاپولا استفاده شده است که همبستگی علاوه بر غیرخطی بودن، پویا و متغیر با زمان نیز باشد. در ادامه توضیح روش همبستگی شرطی پویا و کاپولا و ترکیب آن دو ارائه گردیده است.

مدل همبستگی شرطی پویا (DCC)

مدل همبستگی شرطی پویا تعمیم‌یافته مدل همبستگی شرطی ثابت می‌باشد چرا که ثابت بودن همبستگی شرطی برای داده‌های مالی در طی زمان فرض درستی نمی‌باشد. مدل DCC به علت تعداد کمتر پارامترهای تخمینی نسبت به مدل‌های BEKK,VEC, CCC از انعطاف‌پذیری بالاتری نیز برخوردار است. این مدل کلاس جدیدی از مدل‌های گارچ چند متغیره است که در آن رابطه بین متغیرها با در نظر گرفتن حوادث طی دوره مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرد در این صورت

همبستگی بین دو متغیر ممکن است مستقیم، معکوس و یا صفر باشد. این مدل خطی نیست اما می‌تواند به آسانی اغلب توسط روش‌های تک متغیره یا دو مرحله ای براساس تابع درست‌نمایی[1] تخمین زده شود. مدل DCC هنگامی که در داده‌ها انحراف معیار وجود دارد مفید می‌باشد.

این مدل توسط انگل ارائه شد که فرم کلی آن به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد:

$$H_t = D_t R D_t$$
$$D_t = diag(h_{1\,1t}^{\frac{1}{2}} \dots h_{N\,Nt}^{\frac{1}{2}}) \qquad (۱۶)$$
$$R_t = diag(q_{11.t}^{\frac{-1}{2}} \dots q_{NN.t}^{\frac{-1}{2}}) Q_t diag(q_{11.t}^{\frac{-1}{2}} \dots q_{NN.t}^{\frac{-1}{2}})$$

Q_t رابطه (۱۷) ماتریس معین مثبت متقارن $N \times N$ است به نحوی که:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)\bar{Q} + \alpha u_{t-1} \acute{u}_{t-1} + \beta Q_{t-1} \qquad (۱۷)$$
$$u_{it} = \varepsilon_{it} / \sqrt{h_{iit}}$$

$\bar{Q}$ ماتریس واریانس غیرشرطی u_t با ابعاد $N \times N$ است. α و β پارامترهای اسکالر غیرمنفی هستند که شرط $\alpha + \beta < 1$ را تأمین می‌کند. محدودیت‌های مطرح شده برای α و β تضمین می‌کند که Q_t معین مثبت باشد و این خود شرط لازم و کافی برای معین مثبت بودن ماتریس R_t است (Engle & Sheppard, 2001).

تحت فرض شرطی بودن به‌صورت نرمال، پارامترهای مدل GARCH چندمتغیره توسط تابع حداکثر درستنمایی به صورت رابطه (۱۸) است.

$$L(\theta) = -\frac{TN}{2} log\, 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(log|H_t| + \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t) \qquad (۱۸)$$

θ: کلیه پارامترهای ناشناخته برای تخمین

N: تعداد دارایی (تعداد سری زمانی در سیستم)

T: تعداد مشاهدات

بنابراین تابع حداکثر درستنمایی مقدار θ را تخمین می‌زند (Brooks, 2008).

1- Likelihood function

تابع چگالی کاپولا

قضیه اسکالر نشان می‌دهد که زمانی‌که متغیرها پیوسته می‌باشند هر تابع توزیع احتمال چندمتغیره می‌تواند با استفاده از یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابسته نشان داده شود که به صورت رابطه (۱۹) استنتاج می‌شود.

(۱۹)

$$f(x_1 \ldots . x_n) = \frac{\partial^n C(F_1(X_1) \ldots . F_n(X_n))}{\partial F_1(X_1) \ldots \partial F_n(X_n)} \times \prod_{j=1}^{n} \frac{\partial F_j(X_j)}{\partial x_j} = C\big(F_1(x_1) . \ldots . F_n(x_n)\big) \times \prod_{j=1}^{n} f_j(X_j))$$

که در رابطه (۱۹) f_j ها توابع چگالی حاشیه‌ای، $F_j(X_j)$ تابع توزیع حاشیه‌ای و C تابع چگالی کاپولا می‌باشد (Cherubini et al., 2004).

کاپولاهای گوسی و تی از دسته خانواده کاپولاهای با توزیع بیضوی شکل، هستند که برای توزیع‌های چند متغیره بسیار پرکاربرد می‌باشند.

کاپولای گوسی چند متغیره

کاپولای گوسی، کاپولای توزیع نرمال چند متغیره می‌باشد که به صورت رابطه (۲۰) تعریف می‌شود:

$$C^{Ga}(r_1 \ldots . r_n) = \emptyset_p\big(\emptyset^{-1}(r_1) . \ldots . \emptyset^{-1}(r_n)\big) = \int_{-\infty}^{\emptyset^{-1}(r_1)} \ldots \int_{-\infty}^{\emptyset^{-1}(r_n)} \frac{1}{2(\pi)^{n/2}|p|^{1/2}} exp\left(-\frac{1}{2} z^r p^{-1} z\right) dz_1 \ldots dz_n \quad (۲۰)$$

که در رابطه (۲۰) $\emptyset_p$ تابع توزیع مشترک نرمال استاندارد با ماتریس همبستگی p و $\emptyset^{-1}$ معکوس تابع توزیع نرمال تک متغیره می‌باشد (Cherubini et al., 2004).

ترکیب DCC با کاپولا

در برآورد VaR یک پرتفوی نیاز است توزیع حاشیه‌ای مربوط به هر یک از اقلام موجود در پرتفوی مشخص و با استفاده از عملگری، توزیع توام را محاسبه گردد. تابع کاپولا این امکان را ایجاد می‌نماید تا بدون هیچ فرضی بر توزیع بازدهی دارایی‌ها توزیع مشترک پرتفوی بدست آید. از آن‌جایی‌که روش کاپولای کلاسیک ساختار وابستگی را به صورت متغیر با زمان محاسبه نمی‌کند، اگر پارامترهای همبستگی شرطی پویا حاصل از مدلسازی رابطه (۲۱) با کاپولا گوسین

ترکیب شود منجر به مدل پویا Copula-DCC (رابطه (۲۲)) می‌شود.

$$Q_t = \cap + a\varepsilon_{t-1}\acute{\varepsilon}_{t-1} + \beta Q_{t-1} \quad (۲۱)$$

$$C_{DCC}^{Ga}(r_1. \dots r_n) = \emptyset_{p_t}\left(\emptyset^{-1}(r_1). \dots . \emptyset^{-1}(r_n)\right) \quad (۲۲)$$

برای تخمین پارامترهای کاپولا از رویکرد حداکثر درستنمایی استفاده می‌شود. با توجه به تابع چگالی کاپولا که در رابطه (۱۹) بیان شد، می‌توان لگاریتم تابع درستنمایی را به صورت رابطه (۲۳) نوشت.

$$l(\theta) = \sum_{t=1}^{T} In\, c(F_1(x_{1t}).F_2(x_{2t}). \dots . F_n(x_{nt}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n} In\, f_i(x_{jt}) \quad (۲۳)$$

تابع درست‌نمایی کاپولا (رابطه (۲۳)) در جهت حداکثر کردن مقادیر α و β حاصل از روش همبستگی شرطی پویا مورد محاسبه قرار می‌گیرد (Shekari, 2018).

سپس جهت پیش‌بینی بازده دارایی‌ها از شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده است که در آن n سری بازده بر اساس اطلاعات در زمان t شبیه‌سازی می‌شود. به‌عبارت‌دیگر برای یک قدم بعدی یا یک روز بعد ۱۰۰۰۰ سناریو برای بازده‌ها شبیه‌سازی می‌شود. در انتها اوزان بهینه سرمایه‌گذاری را با استفاده از حداقل سازی ارزش در معرض ریسک شرطی تعیین می‌شود.

مدل میانگین- ارزش در معرض خطر شرطی

راکفلر و اوریاسف[1] (۲۰۰۲) با ترکیب CVaR و VaR (α) به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو به حداقل‌سازی ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از رابطه (۲۴) پرداختند.

اگر وزن هر دارایی در پرتفو x_i و بازده مربوطه آن y_i باشد، $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = X^T Y$ و u^k جایگزینی برای عبارت $\max([-X^T Y^K - \alpha], 0)$ باشد، مدل میانگین- ارزش در معرض خطر به صورت رابطه (۲۴) می‌باشد (Deng et al., 2011).

1- Rockafellar and Uryasev

$$min \quad \alpha + \frac{1}{q(1-\beta)} \sum_{k=1}^{q} u^k \qquad (۲۴)$$

$$s.t. \begin{cases} X^T Y^k + \alpha + u^k \geq 0 \\ u^k \geq 0 \\ \frac{1}{q} X^T \sum_{k=1}^{q} Y^k \geq \rho \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

x_i: اگر وزن هر دارایی در پرتفو

y_i: بازده هر دارایی در پرتفو

ρ: بازده‌های مورد انتظار

β : سطح اطمینان

Y^K: سناریوهای متساوی الاحتمال برای $K = 1, \dots,$

نتایج و یافته‌های پژوهش

توصیف داده‌ها

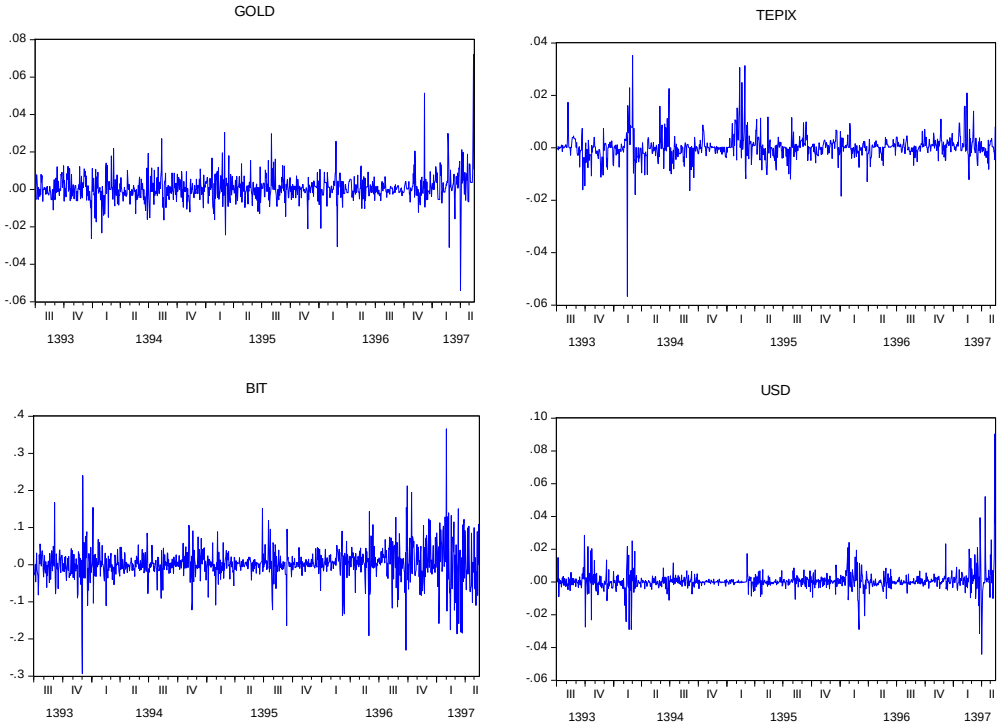
متغیرهای تحقیق عبارت اند از: بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار (TEPIX)، بازده روزانه قیمت سکه بهار آزادی طرح قدیم بر حسب ریال، بازده روزانه قیمت دلار آمریکا بر حسب ریال در بازار آزاد تهران، بازده روزانه قیمت بیت‌کوین بر حسب ریال، که به صورت لگاریتمی در فاصله مهر ۱۳۹۳ تا فروردین ۱۳۹۷ محاسبه شده است. آمار خلاصه‌ای از داده‌ها در جدول ۱ ارائه گردیده است.

جدول ۱. آمار خلاصه‌ای از داده‌ها

نام سری زمانی	میانگین	انحراف معیار	بیشترین	کمترین	چولگی	کشیدگی
TEPIX	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۴۹۲۴	۰/۰۳۵۲۶۶	-۰/۰۵۶۷۰۳	-۰/۲۸۶۴۵۹	۲۸/۱۲۱۶۶
GOLD	۰/۰۰۰۷	۰/۰۰۷۱۶۶	۰/۰۷۲۰۵۳	-۰/۰۵۳۹۷۸	۱/۰۵۸۵۷۷	۲۰/۲۰۰۱۴
USD	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۶۵۳۴	۰/۰۹۰۳۵۸	-۰/۰۴۴۱۴	۳/۰۵۱۵۲۷	۴۸/۸۵۵۳۶
BIT	۰/۰۰۳۳۱۲	۰/۰۴۷۳۴۶	۰/۳۶۵۹۲۸	-۰/۲۹۳۶	۰/۰۳۷۰۷۳	۱۱/۴۷۶۳

همان‌طور که در نمودارهای زیر و جدول فوق مشاهده می‌شود، نوسانات تغییرات قیمت در بیت‌کوین از سایر متغیرهای دیگر بیشتر می‌باشد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سرمایه‌گذاری در بیت‌کوین بیش‌ترین ریسک را نسبت به سایر دارایی‌های این تحقیق دارد و بالتبع آن بالاترین بازده مورد انتظاری نیز داراست. همچنین نوسانات تغییرات قیمت در شاخص بورس نسبت به سایر

دارایی‌های مورد نظر تحقیق کمتر بوده و کمترین ریسک نوسانات را شامل می‌شود و به همین دلیل بازده کمتری نسبت به سایر دارایی‌ها داراست.



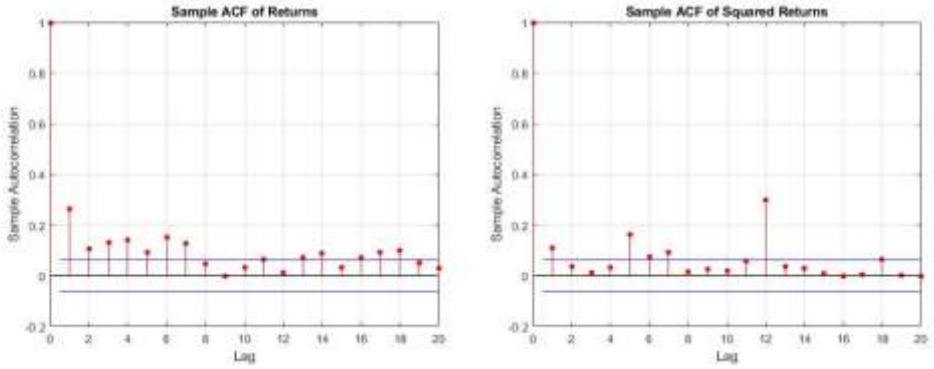
شکل ٤. بازده لگاریتمی متغیرهای مسأله

با توجه به اینکه بازده دارایی‌های مالی دنباله پهن‌تری نسبت به توزیع نرمال دارند با استفاده از آزمون جارک - برا[1]، فرض نرمال بودن توزیع همه متغیرها رد شد. همچنین جهت بررسی مانایی و آزمون ریشه واحد از آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته استفاده شد که در سطح بحرانی ۵٪ تمامی متغیرهای تحقیق فاقد ریشه واحد بوده و بنابراین مانا هستند.

جهت بررسی خودهمبستگی بین سری‌های زمانی، نمودارهای خودهمبستگی برای هر یک از

1- Jarque-Bera

متغیرهای مسئله ترسیم و آزمون جانگ- باکس با مقدار ۲۰ وقفه و همچنین آزمون لاگرانژ (ARCH-LM) جهت بررسی وجود ناهمسانی واریانس در متغیرهای تحقیق انجام شده است که نشان دهنده رد فرض عدم خودهمبستگی و وجود ناهمسانی واریانس برای تمامی متغیرهای تحقیق می‌باشد. نمودارهای خودهمبستگی بازدهی و مربع بازدهی برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در شکل ۵ رسم گردیده است.



شکل ۵. خودهمبستگی بازدهی و توان دوم بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

با توجه به رد فرض عدم خودهمبستگی و وجود ناهمسانی واریانس برای تمام متغیرهای مسئله از یک مدل ARMA(1,1) و GJR-GARCH(1,1) استفاده شده است. پس از برازش مدل ناهمسانی واریانس و استانداردسازی دوباره آزمون جانگ- باکس به منظور بررسی خودهمبستگی و آزمون لاگرانژ بر روی باقی‌مانده‌ها انجام شده است که نتایج آن حاکی از نبود خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس در بین باقی‌مانده‌ها می‌باشد.

پیاده‌سازی نظریه ارزش فرین

در این پژوهش از روش فراتر از حد آستانه استفاده و حد آستانه از روش تجربی، به طوری که ۱۰ درصد داده‌ها خارج از این محدوده و ۹۰ درصد در داخل این محدوده قرار گیرد، در واقع صدک ۹۰ ام داده‌ها تعیین شده است.پس تعیین مقدار آستانه از طریق رویکرد حداکثر درستنمایی پارامترهای توزیع تعمیم‌یافته پرتو محاسبه می‌گردند که مقادیر آن در جدول ۲ گزارش شده است.

در این پژوهش، از یک توزیع نیمه پارامتریک که شامل استفاده کردن از یک کرنل با تابع گوسین به عنوان تابع کرنل، برای قسمت داخلی توزیع سری و توزیع تعمیم‌یافته پرتو برای قسمت دنباله توزیع استفاده می‌شود، دلیل استفاده از کرنل این است که توزیع تجربی پله‌پله داده‌ها را هموار می‌کند.

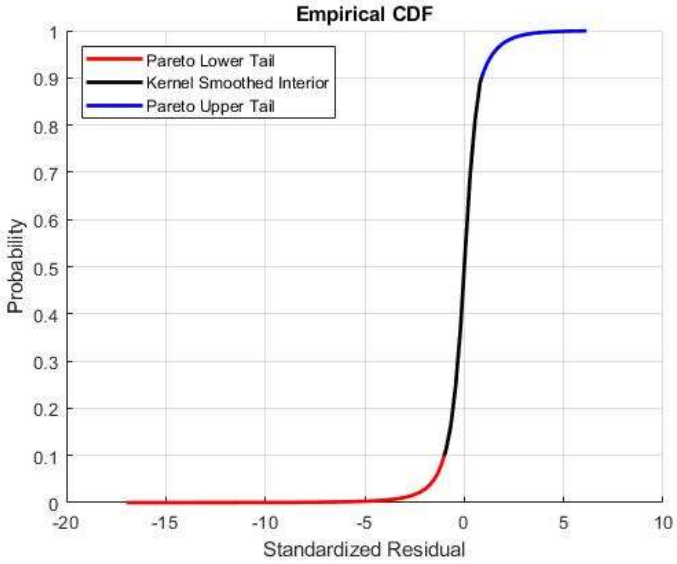
جدول ۲. پارامترهای تخمین رده شده توزیع تعمیم‌یافته پرتو

نام سری زمانی	نوع ضریب	دم بالا	دم پایین
TEPIX	شکل	۰/۱۰۰۹	۰/۲۹۸۶
	مقیاس	۰/۷۷۵۰	۰/۶۴۲۵
GOLD	شکل	۰/۲۱۲۶	۰/۱۸۴۱
	مقیاس	۰/۶۴۳۴	۰/۵۱۲۲
USD	شکل	۰/۱۸۹۷	۰/۰۲۰۹
	مقیاس	۱/۰۳۴۴	۰/۶۸۲۱
BIT	شکل	۰/۲۴۳۳	۰/۱۸۱۴
	مقیاس	۰/۵۸۰۳	۰/۷۵۱۲

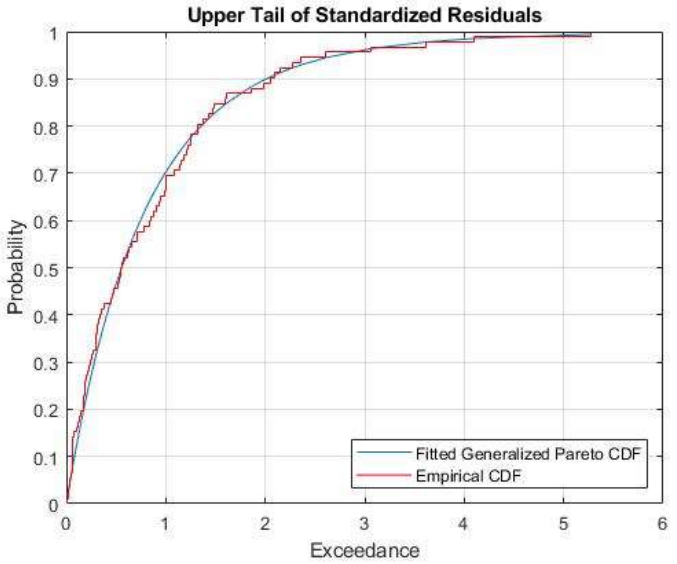
همچنین توزیع تجربی پرتو برازش شده برای بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار در نمایش داده شده است. همچنین به منظور ارزیابی نیکویی مدل برازش شده، نمودار توزیع تجمعی برازش شده و توزیع تجمعی بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار در رسم شده است، که هر چه این دو نمودار به یکدیگر نزدیک‌تر باشند، نشان‌دهنده این است که مدل به خوبی برازش شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، توزیع پرتو تعمیم‌یافته به خوبی دنباله متغیرها را مدل می‌کند.

پیش‌بینی ساختار همبستگی متغیرها

در این بخش جهت پیش‌بینی ساختار همبستگی متغیرها از روش همبستگی شرطی پویا استفاده می‌شود. در این روش همبستگی میان متغیرها با گذر زمان تغییر می‌کند. پیش‌بینی آخرین دوره ماتریس همبستگی حاصل از این مدل در جدول ۳ ارائه گردیده است.



نمودار ۱. توزیع تجربی بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار



نمودار ۲. توزیع تجمعی بازدهی و برازش شده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

جدول ۳. پیش‌بینی آخرین دوره ماتریس همبستگی شرطی

	بورس	سکه	دلار	بیت‌کوین
بورس	۱	−۰/۰۷۲۸	−۰/۰۷۲۹	−۰/۰۰۱۴
سکه	−۰/۰۷۲۸	۱	۰/۳۵۳۸	۰/۰۴۰۲
دلار	−۰/۰۷۲۹	۰/۳۵۳۸	۱	۰/۱۶۵۶
بیت‌کوین	−۰/۰۰۱۴	۰/۰۴۰۲	۰/۱۶۵۶	۱

همان‌طور که در جدول فوق مشاهده می‌شود، همبستگی بین برخی دارایی‌های فوق منفی بوده و نشان می‌دهد که وقتی یک دارایی بازدهی بیشتر از متوسطش را کسب نماید، دارایی دیگر نیز چنین روندی نخواهد داشت. بنابراین سرمایه‌گذار می‌تواند بنا به این قضیه، سبد دارایی خود را متنوع سازد.

پیش‌بینی بازده مورد انتظار هر دارایی

در این بخش بازده مورد انتظار متغیرها با استفاده از توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرها که از طریق تابع کاپولا که در آن از ساختار همبستگی بدست آمده از روش DCC استفاده شده است، شبیه‌سازی شده است. مقادیر میانگین بازده متغیرها برای دوره آخر پیش‌بینی شده و در جدول ۴ ارائه گردیده است.

جدول ٤- مقدار میانگین بازده پیش‌بینی شده متغیرها

نام سری زمانی	میانگین بازده پیش‌بینی شده
TEPIX	۰/۰۰۰۳
GOLD	۰/۰۰۱
USD	۰/۰۰۱
BIT	۰/۰۰۹۲

نتایج فوق نشان می‌دهد که مقدار بازده روزانه بورس اوراق بهادار از سایر دارایی‌های این تحقیق کم‌تر می‌باشد. به طور کلی نتایج حاکی از این است که بازده روزانه مورد انتظار سرمایه‌گذاری به ترتیب در بیت‌کوین، سکه، دلار و بورس بیشتر است.

تخصیص دارایی بر اساس رویکرد میانگین – ارزش در معرض خطر شرطی

در این بخش، با استفاده از نتایج حاصل از پیش‌بینی ماتریس همبستگی و همچنین مدل‌سازی انتخاب سبد دارایی با استفاده از رویکرد میانگین – ارزش در معرض خطر شرطی، سعی در تعیین اوزان بهینه سرمایه‌گذاری شده است. مدل میانگین – ارزش در معرض خطر شرطی با هدف حداقل‌سازی ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از رابطه (۲۴) که قبلاً بیان گردید، می‌باشد.

با استفاده از بازده‌های شبیه‌سازی شده و نرم‌افزار *MATLAB*، اوزان بهینه سرمایه‌گذاری در هر دارایی به ازای ρ های مختلف در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵- اوزان بهینه سرمایه‌گذاری در مدل میانگین – ارزش در معرض خطر شرطی

دارایی‌ها	اوزان بهینه به ازای انواع حداقل بازده مورد انتظار							
بورس	۰/۷۲۶۳	۰/۱۲۳۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰
سکه	۰/۱۸۷۸	۰/۵۹۸۲	۰/۷۰۳۲	۰/۷۲	۰/۶	۰/۵	۰/۳۶	۰
دلار	۰/۰۸۲۲	۰/۲۲۶۲	۰/۱۳۸۴	۰	۰	۰	۰	۰
بیت‌کوین	۰/۰۰۳۷	۰/۰۵۲۱	۰/۱۵۸۳	۰/۲۸	۰/۴	۰/۵	۰/۶۴	۱
بازده مورد انتظار	۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۱۳	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۶	۰/۰۰۹
CVaR	۰/۰۰۵۸	۰/۰۱۳	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۰۶	۰/۰۸	۰/۱	۰/۱۵
VaR	۰/۰۰۳۸	۰/۰۰۸۹	۰/۰۱۶۲	۰/۰۲۶۱	۰/۰۳۷۳	۰/۰۴۸۴	۰/۰۸۴۴	۰/۰۹۶۳
C-Sharp	۰/۰۳۰۵	۰/۰۶۲	۰/۰۶۸۴	۰/۰۶۳۶	۰/۰۶۰۸	۰/۰۶	۰/۰۵۶۵	۰/۰۵۶

با بررسی جدول فوق مشاهده می‌شود که هرچه بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار افزایش می‌یابد، ارزش در معرض خطر شرطی آن نیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار، سهم سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار کاهش، برای سکه و دلار ابتدا افزایش و سپس کاهش و در بیت‌کوین افزایش می‌یابد.

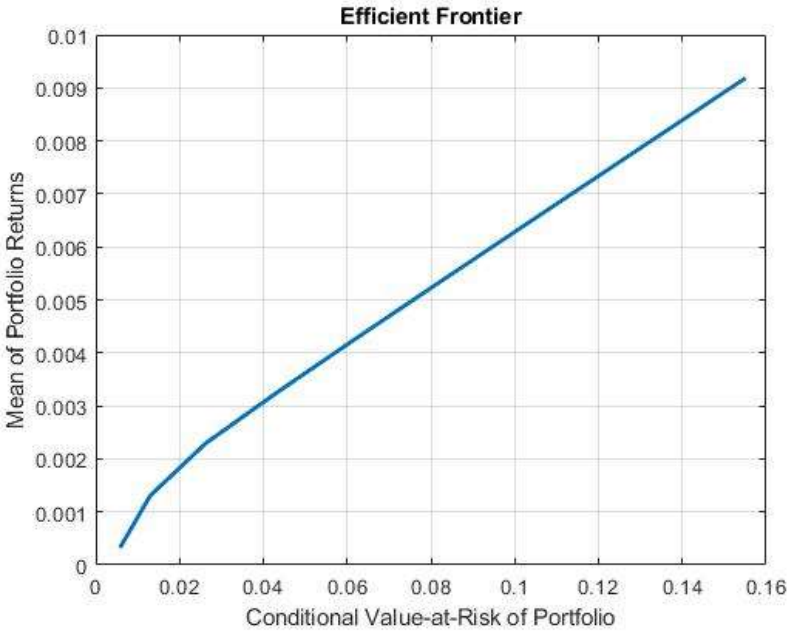
ردیف آخر جدول فوق اختصاص به نسبت شارپ شرطی[1] دارد و با توجه به آن، اختصاص وزن بین ۶۰ در صد تا ۷۰ درصد در سکه، حداکثر ۲۰ درصد در دلار و ۵ درصد تا ۲۰ درصد در بیت‌کوین نسبت شارپ خوبی را به دست می‌دهد.

به طور خلاصه نتیجه می‌شود که هر چه نوسانات دارایی شدیدتر و بازده آن پایین‌تر باشد، وزن

1- Conditional Sharp (C-Sharp)

سرمایه‌گذاری در آن کاهش می‌یابد. همچنین در سطح ارزش در معرض خطر شرطی صفر، به دلیل تغییرات کم واریانس، بیش‌ترین وزن سرمایه‌گذاری در بورس و در بالاترین سطح ارزش در معرض خطر شرطی، بیش‌ترین وزن سرمایه‌گذاری در بیت‌کوین به دلیل بازده بالاتر تخصیص یافته است. به عبارت دیگر هر چه قدرت ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار افزایش یابد، وزن سرمایه‌گذاری روی سکه و بیت‌کوین افزایش می‌یابد.

مرز کارایی سرمایه‌گذاری در دارایی‌های تحقیق در نمودار ۳ ارائه گردیده است.



نمودار ۳. مرز کارایی مدل میانگین – ارزش درمعرض خطر شرطی

همان طور که مشاهده می‌شود مرز کارا مشابه خطی است و با افزایش حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار، ارزش در معرض خطر نیز افزایش یافته است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

هدف از انجام این پژوهش، پیشنهاد اوزان بهینه سرمایه‌گذاری در هر یک از دارایی‌های مالی نظیر طلا، ارز، رمز ارز و بورس اوراق بهادار با استفاده از ارزش در معرض شرطی (CVaR) و

محاسبه ساختار همبستگی بین متغیرها با ترکیب همبستگی شرطی پویا (DCC) و کاپولا (Copula) می‌باشد، تا سرمایه‌گذاران با استفاده از نتایج این تحقیق در هر یک از دارایی‌های فوق به چه میزانی سرمایه‌گذاری نمایند. در این پژوهش به علت حضور ارز دیجیتال بیت‌کوین که دارایی نوظهور است، از داده‌های روزانه استفاده شده که باعث عدم حضور املاک که کوتاه‌ترین توالی داده‌های آن به صورت فصلی می‌باشند، در بین دارایی‌های مورد نظر این پژوهش و محدود شدن بازه مورد بررسی داده‌ها با توجه به محدودیت بازده‌های روزانه بانک اطلاعات بانک مرکزی گردیده است.

در ادبیات کلاسیک مدیریت ریسک توجه بیشتر بر ریسک کل پرتفو می‌باشد، اما در ادبیات نوین، محققین بیشتر بر ریسک نامطلوب تمرکز می‌کنند. لیکن در این پژوهش سعی بر ارائه روشی مناسب و نوین برای اندازه‌گیری ریسک با توجه به روابط بین دارایی‌هایی نظیر بورس، طلا، ارز و رمز ارز و به تبع آن متنوع نمودن اجزای پرتفو سرمایه‌گذاری در جهت کاهش ریسک نامطلوب آن بوده است.

در این پژوهش همبستگی بورس اوراق بهادار با سکه و دلار منفی بوده و این نشان می‌دهد که وقتی یک دارایی بازدهی بیشتر از متوسطش را کسب نماید، دارایی دیگر نیز چنین روندی نخواهد داشت. بنابراین سرمایه‌گذار می‌تواند بنا به این قضیه، سبد دارایی خود را با دارایی‌های فوق متنوع سازد.

با توجه به سطح ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار، اگر سرمایه‌گذار تحمل کم‌ترین ریسک را داشته باشد، پیشنهاد بیش‌ترین سهم سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار می‌گردد. با افزایش حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار، سهم سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار کاهش، در سکه و دلار ابتدا افزایش و سپس کاهش و در بیت‌کوین افزایش می‌یابد. بنابر این پیشنهاد می‌گردد که سرمایه‌گذاران با ریسک‌پذیری بالا، در بیت‌کوین و همچنین سرمایه‌گذاران با ریسک پذیری پایین در سکه بهار آزادی سرمایه‌گذاری کنند.

با توجه به نسبت شارپ شرطی پرتفوی متنوع عملکرد بهتری از هر دارایی داشته و بهترین عملکرد را پرتفو شامل سکه با اختصاص بیش از ۷۰ درصد و دلار و بیت‌کوین با وزن برابر داشته است. همچنین با توجه به نسبت شارپ شرطی در پرتفو بهینه حداقل وزن سکه ۶۰ درصد وحداکثر سهم دلار و بیت‌کوین ۲۰ درصد می‌باشد.

References

[1] Andrianto, Y., & Diputra, Y. (2017). The Effect of Cryptocurrency on Investment Portfolio Effectiveness. *Journal of Finance and Accounting, 5*, 229-238.

[2] Berger, T. (2013). Forecasting value-at-risk using time varying copulas and EVT return distributions. *International Economics, 133*, 93-106.

[3] Brière, m., oosterlinck, k., & szafarz, a. (2015). Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. *Journal of Asset Management, 16*(6), 365-373.

[4] Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance* (2 ed.). USA: Cambridge University Press.

[5] Cherubini, U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula Methods in Finance*: John Wiley & Sons.

[6] Chuen, K., LEE, D., Guo, L., & Wang, Y. (2017). Cryptocurrency: A New Investment Opportunity? *The Journal of Alternative Investments, 20*(3), 16-40.

[7] Ciner, C., Gurdgiev, C., & M.Lucey, B. (2013). Hedges and Safe Havens: An examination of Stocks, Bonds, Gold, Oil and Dollar. *International Review of Financial Analysis, 29*(C), 202-211.

[8] Deng, L., Ma, C., & Yang, W. (2011). Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model. *Systems Engineering Procedia, 2*, 171-181.

[9] Engle, R., & Sheppard, K. (2001). *Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH*: National Bureau of Economic Research.

[10] Fischer, E. O., & Lind-Braucher, S. (2010). Optimal Portfolios with Traditional and Alternative Investments: An Empirical Investigation. *The Journal of Alternative Investments, 13*(2), 58-77.

[11] Gangwal, S. (2016). Analyzing the Effects of Adding Bitcoin to Portfolio. *International Journal of Economics and Management Engineering, 10*(10), 3519-3532.

[12] Gholizade, A. A., & Matin, M. T. (2011). Choosing A Portfolio of Assets During A Housing Recession and Boom. *Quarterly Journal of Economic Research*, 71-92. (In Persian)

[13] Hammoudeh, S., Araujo Santos, P., & Al-Hassan, A. (2013). Downside risk management and VaR-based optimal portfolios for precious metals, oil and stocks. *North American Journal of Economics and Finance, 25*, 318-334.

[14] Mahmoodi, V., Emamdoost, M., & Fard, P. S. (2017). Investigating The Role of Real Estate in The Asset Portfolio of Investors in Iran. *Quarterly Journal of Economic Research and Policy* (80), 241-261. (In Persian)

[15] Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons.

[16] Mousavi, H. (2017). *Intraday VaR Estimation with EVT-Copula Approach.* (Master of Science), Khatam. (In Persian)

[17] Nasiri, F. (2015). *Portfolio Optimization in The Currency, Gold and Stock*

Markets Using VaR based on the Garch-Copula Model. (Master of Science), Khatam. (In Persian)
[18] Patterson, K. D. (2000). *An introduction to applied econometrics : a time series approach* (1 Ed.): Palgrave
[19] Peyravi, A. (2011). *Appointment of the Investment Optimum Weight in with focus in Relationship on Tehran Stock Exchange, Gold, Foreign Exchange and Housing Markets.* (Master of Science), K.N.Toosi. (In Persian)
[20] Raza, N., Ali, S., Shahzad, S. J. H., & Raza, S. A. (2018). Do commodities effectively hedge real estate risk? A multi-scale asymmetric DCC approach. *Resources Policy, 57*, 10-29.
[21] Sahamkhadam, M., Stephan, A., & Ostermark, R. (2018). Portfolio Optimization Based on GARCH-EVT-Copula Forecasting Models. *International Journal of Forecasting, 34*, 497-506.
[22] Sharifi, A. K. (2017). *Portfolio Optimization with VaR and GARCH-EVT-Copula on the Tehran Stock Exchange.* (Master of Science), Khatam. (In Persian)
[23] Shekari, S. (2018). *Forecasting VaR Using Time Varying Copulas and EVT Return Distributions.* (Master of Science), Khatam. (In Persian)
[24] Zaghfar, H., & Ajorloo, N. (2016). Estimating VaR of The Currency Portfolio of A Sample Bank with GARCH-EVT-Copula. *Quarterly Journal of Economic Research*(67), 113-141. (In Persian)